



آزمون جامع نظریه اعداد

تالیف: غلامرضا صفاکیش همدانی

آزمون جامع نظریه اعداد

تالیف: غلامرضا صفاکیش همدانی

QA

۲۴۱

ص ۷۱۴ /

۱۳۷۹

صفا کیش همدانی، غلامرضا، ۱۳۴۵

آزمون جامع نظریه اعداد / تألیف غلامرضا صفا کیش همدانی،

همدان: ریاضی، ۱۳۷۹

ص [۱۲۴]

کتابنامه: ص. [۱۲۴].

ISBN 964 - 7037 - 20-1

۱. نظریه اعداد - کتابهای درسی - راهنمای آموزشی (متوسطه). ۲.

نظریه اعداد - مسائل، تمرینها و عبره (متوسطه). ۳. نظریه اعداد

- آزمونها و تمرینها (متوسطه).

۴. دانشگاهها و مدارس عالی - ایران - آزمونها. الف. عنوان .

نام کتاب: آزمون جامع نظریه اعداد

مؤلف: غلامرضا صفا کیش همدانی

ناشر: انتشارات ریاضی (تلفن ۰۹۱۱۸۱۱۵۸۳۱)

نوبت چاپ: اول سال ۱۳۷۹

تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

تعداد صفحه: ۱۲۴

قطع: رقی

شابک: ۹۶۴-۷۰۳۷-۲۰-۱

ISBN: 964 - 7037 - 20-1

آزمون جامع نظریه اعداد

۱- کوچکترین و بزرگترین عضو مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} : 1 \leq x < 10\}$ به ترتیب برابر است با :

۱) ۱ و ۱۰ ۲) ۲ و ۹ ۳) ۳ و ۱۰ ۴) ۴ و ۹

حل: گزینه ۲) صحیح است چون x باید کوچکتر از ۱۰ باشد و عدد صحیح باشد پس این x می تواند ۹ باشد و کوچکترین عضو هم که ۱ است و بطور واضح مشخص است.

۲- اگر (a, b) و b عددی فرد باشد آنگاه :

$$(4a, b) = 1 \quad (3a, b) = 1$$

$$(2a, b) = 2 \quad (ab, b) = 1$$

حل: گزینه ۲) صحیح است چون b فرد است $(4, b) = 1$ از طرفی طبق فرض $(a, b) = 1$ در نتیجه $(4a, b) = 1$:

۳- فرض کنید a و $a+1$ دو عدد اولند، در اینصورت a مضرب کدام از اعداد زیر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۵

حل: گزینه ۱) صحیح است چون a و $a+1$ دو عدد متوالی هستند پس یکی

زوج و دیگری فرد است و از آنجایی که هر دو عدد اول هستند نتیجه می شود که a باید ۲ باشد (۲ تنها عدد زوج اول است).

۴- اگر $(a, b) = 1$ و $m, n \in \mathbb{N}$ آنگاه (a^m, b^n) برابر است با:

$$mn(1) \quad m^n(2) \quad n^m(3) \quad 1(4)$$

حل: گزینه (۴) صحیح است چون $(a, b) = 1$ در نتیجه

$$(a^m, b^n) = 1 \iff (a, b^{n-1}) = 1 \text{ و } (a^{m-1}, b) = 1$$

روش دوم: چون a, b هیچ عامل مشترکی ندارند در نتیجه a^m, b^n هم هیچ عامل مشترکی نخواهند داشت.

۵- اگر $(a, b) = 1$ و $c | a+b$ کدام غلط است؟

$$(b, c) = 1(2) \quad (a, c) = 1(1)$$

$$c | a-b(4) \quad (b, a) = 1(3)$$

حل: گزینه (۴) غلط است اگر $a=3, b=5, c=4$

$$4 | 8$$

$$4 \nmid 2$$

۶- اگر p, q اعدادی اول بوده $p | aq^n$, $p \nmid a$ آنگاه:

$$p = a(2) \quad p = q(1)$$

$$pq = a(4) \quad q = a(3)$$

حل: گزینه ۱) صحیح است چون $p \mid aq^n$, $p \nmid a$ پس p باید q^n را عاد کند
 $p \mid q^n \Leftrightarrow p \mid \underbrace{q \times \dots \times q}_n$ و چون p اول است پس یکی از q ها را باید عاد کند
 $p \mid q$ از آنجایی که q, p اولند پس یکدیگر را عاد نمی‌کنند مگر با هم برابر
 باشند.

۷- اگر در تقسیمی مقسوم و مقسوم علیه هر دو بر عدد صحیح n بخشپذیر
 باشند کدام یک از احکام زیر همواره درست است؟

۱) خارج قسمت بر n بخشپذیر است.

۲) باقیمانده بر n بخشپذیر است.

۳) خارج قسمت و باقیمانده هر دو بر n بخشپذیر اند.

۴) خارج قسمت و باقیمانده هیچیک بر n بخشپذیر نیستند.

حل: گزینه ۱) صحیح است چون طبق قضایا داریم:

$$(a, b) = 1 \Leftrightarrow \text{ترکیب خطی از } a, b \text{ برابر } 1 \text{ است} \quad \exists r, \exists s \in \mathbb{Z} \ni ra + sb = 1$$

۸- کدامیک از احکام زیر درست است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

$$2 \mid n^2 - n - 1 \quad (1) \quad 6 \mid n^2 - n - 2 \quad (2)$$

$$4 \mid n^2 + n - 3 \quad (3) \quad 2 \mid 3^n - 1^n - 4^n \quad (4)$$

حل: گزینه ۴) صحیح است $n^2 - n$ زوج است پس اگر ۱- شود فرد می‌شود
 پس $2 \nmid n^2 - n - 1$ و $6 \mid n^2 - n - 2$ همواره ضربی از ۶ است اگر ۲ تا از آن کم کنیم

دیگر مضرب ۶ نخواهد بود پس گزینه ۲ غلط است n^2+n زوج است اگر ۳ تا به آن اضافه کنیم فرد می شود پس ۴ آن را عا د نمی کند پس گزینه ۴ همواره صحیح است که در آن $3^{2n}-1^n-4^n$ همواره زوج است.

۹- اگر n عددی درست و n^2 بر ۱۱۴ بخش پذیر باشد n بر کدامیک از اعداد زیر همواره بخش پذیر است؟

۲۸(۱) ۸(۲) ۱۸(۳) ۱۲(۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است $144 = 3^2 \times 2^4$ و $144 \mid n^2$ و $3^2 \times 2^4 = 144 \mid n^2$ بنابراین n حتماً دارای عاملهای 3 و 2^2 خواهد بود پس n بر ۱۲ بخش پذیر است.

۱۰- تعداد اعداد مثبت کوچکتر از ۱۲۰ که نسبت به ۱۲۰ اولند کدام است؟

۳۰(۱) ۶۰(۲) ۳۲(۳) ۴۴(۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است

$$\varphi(120) = 120 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 32$$

۱۱- عدد درست و مثبت ($a > 3$) که مضربی از ۳ نیست داده شده است

عدد $a^3 - 2a^2 - a - 1$ بر کدام عدد زیر بخش پذیر است؟

۶(۱) ۹(۲) ۲۸(۳) ۳(۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است روش اول: اگر بجای a مقدار ۴ یا ۵ قرار دهیم

جواب مضرب ۳ حاصل می‌شود.

روش دوم: $(a^2, 3) = 1 \Leftrightarrow (a, 3) = 1$

$$a^2 \equiv 1 \Rightarrow a^3 \equiv a$$

$$a^3 - 2a^2 - a - 1 \equiv a - 2 - a - 1 \equiv -3 \equiv 0$$

۱۲- در هر تقسیم بشرط آنکه خارج قسمت مخالف با صفر باشد مقسوم همواره از چند برابر باقیمانده بزرگتر است؟

۳(۱) ۵(۲) ۲(۳) ۴(۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است

$$a = bq + r \quad 0 \leq r < b$$

$$a = bq + r \geq b + r > 2r$$

۱۳- عدد $11^{10} - 1$ مضرب کدامیک از اعداد زیر است؟

۹۹(۱) ۱۰۱(۲) ۱۰۰(۳) ۹(۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$11^{10} - 1 = (11 - 1)(11^9 + 11^8 + \dots + 11 + 1)$$

(۲) ۱۰ جمله یا ۱۰ عدد (۱)

$$11^9 \equiv 1$$

$$11^8 \equiv 1 \Rightarrow 11^9 + 11^8 + \dots + 11 + 1 \equiv 10$$

$$11 \equiv 1$$

۱۰ تا عدد که باقیمانده بر ۱۰ برابر ۱ میشود در هر کدام

(۱) و (۲) مضربی از ۱۰ پس $11^{10} - 1$ مضربی از ۱۰۰ است \Rightarrow و مجموع باقیمانده ها ۱۰ میشود که

۱۴- اگر k یک عدد درست مثبت باشد باقیمانده تقسیم عدد $3^{6k+1} + 5^{4k+1}$ بر ۱۳ همواره برابر است با :

$$\begin{matrix} 8(4) & 2(3) & 11(2) & 5(1) \end{matrix}$$

حل: گزینه ۴ صحیح است $3^{6k+1} + 5^{4k+1} = 3^{6k} \cdot 3 + 5^{4k} \cdot 5$

$$(3^3)^{2k} \cdot 3 \equiv 3$$

$$3^3 \equiv 1 \Rightarrow (3^3)^{2k} \equiv 1 \Rightarrow (3^3)^{2k} \cdot 3 \equiv 3 \quad \text{(الف)}$$

$$(5^2)^{2k} \cdot 5 \equiv$$

$$5^2 \equiv -1 \Rightarrow (5^2)^{2k} \equiv (-1)^{2k} = 1 \Rightarrow 5^{4k} \cdot 5 \equiv 5 \quad \text{(ب)}$$

$$3^{6k+1} + 5^{4k+1} \equiv 3 + 5 \equiv 8$$

۱۵- وقتی عدد صحیح a بر ۳ بخشپذیر نیست، a^2 برابر است با :

$$3k+1(1) \qquad 3k+2(2)$$

$$9k+1(3) \qquad 9k+2(4)$$

حل: گزینه (۱) صحیح است چون a بر ۳ بخشپذیر نیست پس $a = 3k' + 1$

یا $a = 3k' + 2$ خواهد بود پس $a^2 = 9k'^2 + 6k' + 1$ یا $a^2 = 9k'^2 + 12k' + 4$

$$a^2 = 9k'^2 + 6k' + 1 = 3(3k' + 2k') + 1 \Rightarrow a^2 = 3t + 1 \text{ می شود}$$

در نتیجه گزینه ۱ صحیح است.

۱۶- اگر باقیمانده تقسیم اعداد ۶۸ و ۱۴۵ بر عدد m مساوی باشد و $m \neq ۱$ باقیمانده تقسیم ۱۶۰ بر m کدام است؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۱۱

حل: گزینه ۲ صحیح است - روش اول:

$$۱۴۵ \equiv ۶۸ \pmod{m}$$

$$\Rightarrow ۷۷ \equiv ۰ \pmod{m} \Rightarrow ۱۵۴ \equiv ۰ \pmod{m} \Rightarrow ۱۶۰ \equiv ۶ \pmod{m}$$

روش دوم: $۱۴۵ = mq + r$, $۶۸ = mq' + r \Rightarrow ۷۷ = m(q - q')$

$$\Rightarrow ۱۶۰ = ۲(m)(q - q') + ۶$$

$$\Rightarrow ۱۶۰ \equiv ۶ \pmod{m}$$

۱۷- اگر a یک عدد طبیعی باشد، رقم سمت راست $a^۴$ کدام است؟

۱) $\{۰, ۱, ۴\}$

۲) $\{۰, ۱, ۵\}$

۳) $\{۰, ۵, ۶\}$

۴) $\{۰, ۱, ۵, ۶\}$

حل: گزینه ۴ صحیح است:

روش اول: اگر $a \equiv ۰ \pmod{۱۰}$ یا $a \equiv ۵ \pmod{۱۰}$ آنگاه $a^۴ \equiv ۰ \pmod{۱۰}$

اگر $a \equiv ۵ \pmod{۱۰}$ آنگاه $a^۴ \equiv ۵ \pmod{۱۰}$ و اگر $a = ۶$ آنگاه $a^۴ \equiv ۶ \pmod{۱۰}$

اگر $a \equiv ۱ \pmod{۱۰}$ یا $a \equiv ۹ \pmod{۱۰}$ پس $\{۰, ۱, ۵, ۶\}$ جواب خواهد بود.

روش دوم: اگر a به پیمانه ۱۰ با اعداد ۱ یا ۳ یا ۹ یا ۷ همنهشت باشد در

اینصورت a^2 با ۱ همنهشت میشود اگر a یا صفر همنهشت باشد a^4 یا صفر همنهشت میشود اگر a با ۵ همنهشت باشد a^4 با ۵ همنهشت میشود اگر a با ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ همنهشت باشد رقم سمت راست a^4 برابر ۶ میشود.

$$18- \text{اگر } m = 4r + 10s \text{ (} r, s \in \mathbb{Z} \text{) آنگاه؟}$$

(۱) m زوج است m مضربی از چهار است

(۳) m مضربی از ۱۴ است m مضربی از ۱۰ است

حل: گزینه (۱) صحیح است تساوی $m = 4r + 10s$ بصورت $m = 2(2r + 5s)$ بنابراین m زوج است.

۱۹- هرگاه $(a, b) = d$ و $[a, b] = c$ و مقدار $[a + b, c]$ برابر با $mab(a + b)$ باشد در اینصورت:

$$m = \frac{1}{d^2} \quad (2) \qquad m = \frac{1}{d} \quad (1)$$

$$m = d^2 \quad (4) \qquad m = d \quad (3)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است از آنجا که $(a, b) = d$ اعداد a', b' موجودند به طوری که $a = a'd$ و $b = b'd$ و $(a', b') = 1$ اکنون $[a, b] = a'b'd$ از طرفی اگر دو عدد نسبت به هم متباین باشند مجموع و حاصلضرب آن دو نیز چنین است بنابراین $(a'b', a' + b') = 1$ با توجه به فرض داریم:

$$[a + b, c] = mab(a + b) \Rightarrow [d(a' + b'), da'b'] = mab(a + b)$$

$$\Rightarrow da'b'(a'+b') = mab(a+b) \Rightarrow \frac{ab(a+b)}{d^x} = mab(a+b)$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{d^x}$$

۲۰- باقیمانده عدد $12(34775412)$ بر ۱۱ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۱۰ (۴) ۴

حل: گزینه (۲) صحیح است توجه کنیم که باقیمانده تقسیم 34775412 بر

$$11 \text{ برابر است با: } 2-1+4-5+7-7+4-3=1$$

۲۱- عدد $9^7 - 2^7$ بر کدام عدد همواره قابل قسمت است؟

(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۱۱

حل: گزینه (۳) صحیح است عدد مذکور را به صورت

$$9^7 - 2^7 = (9-2)(9^6 + \dots + 2^6)$$

تجزیه کنید واضح است که $(9-2)(9^6 + \dots + 2^6) \mid 7$ و بنابراین $9^7 - 2^7 \mid 7$

$$9^7 - 2^7 \equiv 7 - 2^7 \pmod{7} \Rightarrow 9^7 - 2^7 \equiv 0 \pmod{7} \text{ . روش دوم:}$$

۲۲- اگر a فرد باشد کدام گزینه درست است؟

$$(۱) \text{ (پیمانه ۹) } a^2 \equiv 2 \pmod{9}$$

$$(۲) \text{ (پیمانه ۵) } a^2 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$(۳) \text{ (پیمانه ۸) } a^2 \equiv 1 \pmod{8}$$

$$(۴) \text{ (پیمانه ۲) } a^2 \equiv 3 \pmod{2}$$

حل: گزینه (۳) صحیح است برای a دو حالت $a=4k+3$ و $a=4k+1$

$$\text{نظر بگیرید در حالت اول } a^2 = 8(2k^2 + k) + 1 \text{ و در حالت دوم}$$

$a^2 = 8(2k^2 + 3k + 1) + 1$ و بنابراین در هر دو حالت $a^2 \equiv 1 \pmod{8}$ است.

۲۳- اگر $(a-1, a^2+a+3) = 1$ در اینصورت کدام گزینه درست است؟

$$a = 5k(2)$$

$$a = 5k+1(1)$$

$$a \neq 5k+1(4)$$

$$a \neq 5k(3)$$

حل: گزینه (۴) صحیح است اگر فرض کنیم $(a-1, a^2+a+3)$ در اینصورت

$a-1 \mid a^2+a+3$ و $d \mid a^2+a+3$ بنابراین $d \mid a^2-a$ داریم:

$$d \mid (a^2+a+3) - (a^2-a) \Rightarrow d \mid 2a+3 \Rightarrow d \mid (2a+3) - 2(a-1) \Rightarrow d \mid 5$$

آخرین گزاره نشان می‌دهد که $d=1$ یا $d=5$ ولی طبق فرض:

$(a-1, a^2+a+3) = 1$ است بنابراین باید $d \neq 5$ باشد و این مهم در صورتی

میسراس که $a-1 \neq 5k$ باشد یا $a \neq 5k+1$ باشد.

روش دوم: باید $(a-1, (a-1)(a+2)+5) = 1$ باشد بنابراین باید $5 \mid a-1$ یا

$a \neq 5k+1$ باشد.

۲۴- اگر $(a, b) = 1$ باشد کدام گزینه صحیح است؟

$$(a, b^n) = 1 \quad (2)$$

$$(a^n, b) = 1 \quad (1)$$

(۴) هر سه جواب درست است

$$(a^n, b^n) = 1 \quad (3)$$

حل: گزینه (۴) صحیح است چون a و b هیچ عامل مشترکی ندارند بنابراین

a^n و b^n و a و b هیچکدام عامل مشترک ندارند.

۲۵- باقیمانده تقسیم عدد $387^3 - 389^3$ بر ۵ برابر است با؟:

۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است $\Rightarrow 387 \equiv 2 \pmod{5}$ و $389 \equiv 4 \pmod{5}$

$$387^3 - 389^3 \equiv (2^3 - 4^3) \pmod{5} \equiv 8 - 64 \equiv -1^3 \pmod{5} \equiv 4$$

۲۶- اگر عدد p بزرگترین مقسوم علیه مشترک a و p^2 بوده و p^3 بزرگترین مقسوم علیه مشترک b و p^4 باشد بزرگترین مقسوم علیه مشترک ab و p^5 چیست؟

۱(۱) p^2 ۲(۲) p^4 ۳(۳) p^3 ۴(۴) p^5

حل: گزینه ۲ صحیح است چون $a | p$ و $b | p^3$ بنابراین $ab | p^4$ و چون $p^5 | p^4$ بنابراین p^4 یک عامل مشترک p^5 و ab است و از آنجا که بین گزینه ها بزرگترین عدد است همین عدد ب.م.م ab و p^5 است.

۲۷- کدام عدد جواب دستگاه منتهستی $\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv 5 \pmod{19} \end{cases}$ است؟

۱(۱) ۹۹ ۲(۲) ۱۰۰ ۳(۳) ۱۰۱ ۴(۴) ۹۸

حل: گزینه ۲ صحیح است

روش اول: که اگر بجای x مقدار ۱۰۰ را قرار دهیم در هر دو رابطه صدق

می‌کند.

روش دوم: $x = vk + 2$ و $x = 19k' + 5$ است بنابراین $19k' + 5 = vk + 2$ یا $19k' - vk = -3$ است از حل این معادله سیاله جواب حاصل می‌شود.

۲۸- a و b هر دو فرد و نیز $a > b > 2$ در این صورت بین ۴ جواب زیر بزرگترین عددی که همواره $a^4 - b^4$ را می‌شمارد کدام است؟

۱۶(۱) ۴(۲) ۱۲(۳) ۸(۴)

حل: گزینه (۱) صحیح است چون $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$ و a و b فرد هستند a^2 و b^2 هر دو بصورت $8k + 1$ هستند و فقط یک عامل ۲ دارند اکنون هر دو $a + b$ و $a - b$ زوجند و تاکنون عدد $a^4 - b^4$ سه عامل ۲ را دارا می‌باشد از طرفی چون a و b هر دو به یکی از دو صورت $4k + 3$ یا $4k + 1$ هستند یکی از $a - b$ یا $a + b$ مضربی از ۴ می‌باشند بنابراین در این سؤال $a^4 - b^4$ همواره مضربی از ۱۶ می‌باشد.

۲۹- اگر $ra + sb = d$ و $(a, b) = d$ ، کدام درست است؟

$$(a^2, b^2) = (r, s)^2 \quad (۲) \qquad (a, b) = (r, s) \quad (۱)$$

$$(r, s) = 1 \quad (۴) \qquad (r^2, a^2) = d^2 \quad (۳)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است چون $ra + sb = d$ و $(a, b) = d$ بنابراین اعداد a' و b' موجودند بطوریکه $a = a'd$ و $b = b'd$ در نتیجه داریم:

$$ra'd+sb'd=d \Rightarrow ra'+sb'=1 \Rightarrow (r,s)=1$$

۳۰- حاصل $(3^{16}+1, 3^{64}+1)$ کدام است؟

۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴) $3^{64}+1$

حل: گزینه ۲ صحیح است توجه کنید که دو عدد $3^{16}+1$ و $3^{64}+1$ زوجند بنابراین هر دو عامل دو را خواهند داشت از طرفی $2^4=16$ و $2^6=64$ است در نتیجه تنها عامل مشترک دو عدد همان ۲ است.

۳۱- اگر p و q دو عدد اول باشند حاصل $(p,q), (q,p)$ برابر است با:

۱(صفر) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است چون $(p,q)=(q,p)=1$ بنابراین حاصل برابر $[1,1]$ است.

۳۲- باقیمانده تقسیم 19^{1929} بر ۱۹ برابر است با:

۱(۱۰) ۲(۱۹) ۳(۱۱) ۴(صفر)

حل: گزینه ۱ صحیح است با توجه به نتیجه قضیه فرما $10^{19} \equiv 10 \pmod{19}$ بعلاوه $10^{1929} \equiv 10 \pmod{19}$ در نتیجه:

۳۳- کدام گزاره نادرست است؟

۱($|b| = (0, b)$) ۲($(a+b, ab) = 1 \Rightarrow (a, b) = 1$)

$$(a,b)=1 \Rightarrow (a-b,ab)=1 \quad (a,b)=1 \Rightarrow (a-b,a+b)=1$$

حل: گزینه ۳ صحیح است اگر a و b فرد باشند $a+b$ و $a-b$ هر دو زوجند

۳۴- باقیمانده تقسیم عدد $(4334)^{33} + (3443)^{44}$ بر عدد ۸ برابر است با:

$$\text{صفر (۱)} \quad 1(2) \quad 3(3) \quad 7(4)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است چون $3 \equiv 3443 \pmod{8}$ و $6 \equiv 3443^2 \pmod{8}$ بنابراین

$$1 \equiv (3443)^2 \pmod{8} \quad \text{و} \quad 0 \equiv (3443)^3 \pmod{8}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = (3443)^{44} + (4334)^{33} \equiv (1^2 + 0) \pmod{8} \Rightarrow A \equiv 1$$

۳۵- کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد $2a$ و $5a$ کدام است؟

$$10a \quad (1) \quad 6a \quad (2) \quad 12a \quad (3) \quad 10a \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است ک.م.م $10a =$ توضیح: برای پیدا کردن ک.م.م.

م عوامل هر عدد را پیدا کرده بعد عاملهای مشترک با بزرگترین توان و

عاملهای غیر مشترک از اعداد را در هم ضرب کرده و این کار را برای حروف

نیز می‌کنیم بعد ک.م.م حاصل می‌شود

$$[5a, 2a] = 10 \times a \quad \text{عامل مشترک}$$

ضرب عوامل غیر مشترک

۳۶- اگر $a \mid b$ حاصل (a, b) ، a کدام است؟

$$(۱) \quad |b| \quad (۲) \quad |a| \quad (۳) \quad |ab| \quad (۴) \quad a$$

حل: گزینه ۲ صحیح است چون $a|b$ بنابراین $|a| = (a,b)$ و در نتیجه داریم $[(a,b),a] = (|a|,a) = |a|$:

۳۷- اگر a و b دو عدد درست مثبت و $a^2 - b^2$ عدد اول باشد کدامیک از حکم‌های زیر همواره صحیح است؟

(۱) a و b هر دو فرد هستند (۲) a یا b اول است

$$(۳) \quad b = a + 1 \quad (۴) \quad a = b + 1$$

حل: گزینه ۴ صحیح است چون $a^2 - b^2$ اول است و دارای تجزیه $(a+b)(a-b)$ است باید در این تجزیه عدد کوچکتر یعنی $a-b$ برابر ۱ باشد (توجه کنید که a و b مثبت هستند) بنابراین باید $a = b + 1$ باشد.

۳۸- بزرگترین شمارنده مشترک $A = 3a + 4$ و $B = 5a + 7$ عبارتست از:

$$(۱) \quad d = 2 \quad (۲) \quad d = 2 \text{ و } d = 1$$

$$(۳) \quad d = 1 \quad (۴) \quad d = 1$$

حل: گزینه ۴ صحیح است اگر $(A, B) = d$ آنگاه داریم:

$$\begin{cases} d | A = 3a + 4 \\ d | B = 5a + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 5(3a + 4) \\ d | 3(5a + 7) \end{cases} \Rightarrow d | 1 \Rightarrow d = 1$$

۳۹- اگر باقیمانده های دو عدد درست a و a' بر عدد درست b برابر r و خارج قسمت ها مختلف باشند، تفاضل a و a' :

(۱) بر b بخش پذیر است (۲) مساوی b است

(۳) کوچکتر از b است (۴) بزرگتر از b است

حل: گزینه (۱) صحیح است طبق فرض $a = bq + r$ و $a' = bq' + r$ بنابراین $a - a' = (q - q')b$ است یعنی باقیمانده $a - a'$ بر b برابر صفر است.

۴۰- هرگاه $f(n) = n^3 - 19n + 23$ باشد به ازای هر n عدد $f(n)$:

(۱) اول است (۲) اول نیست

(۳) مربع کامل است (۴) هیچکدام

حل: گزینه (۴) صحیح است اگر $n = 23$ باشد $f(23)$ اول نیست و اگر

$n = 1$ باشد $f(1)$ اول است و مربع کامل نیست بنابراین در مورد $f(n)$

نمی توان قضاوت کلی به عمل آورد.

۴۱- فرض کنیم p یک عدد فرد اول است و x و y دو عدد طبیعی، به

طوری که $x^2 = p + y^2$ در این صورت $x + y$ برابر است با :

(۱) $p - 1$ (۲) p (۳) 1 (۴) $p + 1$

حل: گزینه (۲) صحیح است چون $p = x^2 - y^2$ بنابراین $p = (x - y)(x + y)$

اکنون باید عامل کوچکتر یعنی $x-1$ برابر ۱ و $x+1$ برابر p باشد.

۴۲- عدد (4×9^{17}) به کدام رقم ختم می‌شود؟

- ۴(۱) ۱(۲) ۶(۳) ۹(۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است رقم سمت راست 4×9^{17} برابر ۶ است بنا بر این عدد مذکور به هر توانی از جمله ۱۷ برسد سمت راستش رقم ۶ است.

۴۳- کدام یک از مجموع‌های زیر همواره بر ۴ بخشپذیر است؟

- ۱) مجموع دو عدد فرد ۲) مجموع دو عدد زوج

- ۳) مجموع دو عدد فرد متوالی ۴) مجموع دو عدد زوج متوالی

حل: گزینه ۳ صحیح است دو عدد فرد متوالی بصورت $2k-1$ و $2k+1$ می‌باشند که مجموعشان برابر $4k$ است.

۴۴- عدد درست 231×10^n بر چند عدد اول قابل قسمت است؟

- ۵(۴) ۶(۳) ۷(۲) ۸(۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است عدد را بصورت $5^n \times 2^n \times 11 \times 7 \times 3$ بنویسید اکنون عدد اخیر بر ۵ عدد اول ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ بخشپذیر است.

۴۵- هرگاه در Z_p داشته باشیم $[x+4]_p = [x+10]_p$ و $p \neq 1$ باشد

مجموعه جواب p کدام است؟

(۱) $\{۲, ۶\}$ (۲) $\{۲, ۳\}$

(۳) $\{۲, ۳, ۶\}$ (۴) هیچکدام

حل: گزینه (۳) صحیح است تساوی $[x+۴]_p = [x+۱۰]_p$

بصورت $[۰]_p = [۶]_p$ ساده شود و این تساوی زمانی درست است که $p|۶$

بنابراین p می تواند مقادیر ۲، ۳، ۶ را اختیار کند.

۴۶- اگر $a \equiv ۶ \pmod{۱۵}$ آنگاه $(a, ۱۵)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۱۵

حل: گزینه (۲) صحیح است هرگاه $a \equiv b \pmod{m}$ و $d = (a, m)$ باشد در اینصورت

$d = (b, m)$ است بنابراین در تست اخیر $d = (۶, ۱۵) = ۳ = (a, ۱۵)$ می باشد.

۴۷- اگر $a \equiv b \pmod{۶}$ و $a \equiv b \pmod{۸}$ می توان نتیجه گرفت:

(۱) $a \equiv b \pmod{۴۸}$ (۲) $a \equiv b \pmod{۱۲}$

(۳) $a \equiv b \pmod{۱۸}$ (۴) $a \equiv b \pmod{۲۴}$

حل: گزینه (۲) صحیح است هرگاه $a \equiv b \pmod{m}$ و $a \equiv b \pmod{n}$ در اینصورت

$a \equiv b \pmod{[n, m]}$ توجه کنید که در اینجا $[n, m] = ۲۴$ است یعنی

$a \equiv b \pmod{۲۴}$ و چون $۱۲ | ۲۴$ $a \equiv b \pmod{۱۲}$

۴۸- رقم سمت راست عدد $۴۳۹^{۴۳۸} + ۱$ برابر کدام عدد می باشد؟

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است $۴۳۸^{۴۳۹}$ زوج است رقم سمت راست $۴۳۹^{۴۳۸}$ برابر یک و بنابراین $۱ + ۴۳۹^{۴۳۸}$ رقم سمت راستش ۲ است.

۴۹- مجموع همه دسته های هم ارزی به پیمانه ۵ چنین است:

$$\{ [0], [a], [a^2], [a^3], [a^4] \}$$

مقدار a کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است اگر a برابر ۲ باشد دسته کامل مانده های زیر حاصل می شود:

$$\{ [0], [a], [a^2], [a^3], [a^4] \} = \{ [0], [2], [4], [3], [1] \}$$

۵۰- اگر بزرگترین مقسوم علیه مشترک $n^2 - n$ و $n^3 - n$ برابر عدد ۳۰ باشد

مقدار n کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است بزرگترین مقسوم علیه $n^2 - n$ و $n^3 - n$ برابر $n^2 - n$ است در نتیجه $30 = n^2 - n$ بوده و بنابراین $n = -5$ و $n = 6$ که دومی قابل قبول است.

۵۱- بزرگترین عدد صحیح مثبت که چون بر ۱۱۶ تقسیم شود، باقیمانده ۴ برابر مکعب خارج قسمت شود کدام است؟

$$۴۲۶ \quad (۴) \quad ۲۶۴ \quad (۳) \quad ۴۵۶ \quad (۲) \quad ۵۶۴ \quad (۱)$$

حل: گزینه (۳) صحیح است اگر عدد مطلوب را n و خارج قسمت را k فرض کنیم داریم: $۰ \leq ۴k^3 < ۱۱۶$ و $n = ۱۱۶k + ۴k^3$
 با توجه به شرط مذکور $۰ \leq k^3 < ۲۹$ بنابراین k مقادیر ۰، ۱ و ۲ و ۳ را می‌تواند اختیار کند و زمانی که $k=۳$ باشد بزرگترین عدد n یعنی ۴۵۶ حاصل می‌شود.

۵۲- هرگاه $k \neq \frac{۵m}{۲}$ و $(۵, ۲k) = d$ در اینصورت:

$$d = ۲(۲) \quad d \neq ۱(۱)$$

$$d(۴) \text{ را نمی‌توان تعیین کرد} \quad d = ۱(۳)$$

حل: گزینه (۳) صحیح است چون $k \neq \frac{۵m}{۲}$ بنابراین $۲k$ عامل ۵ را ندارد بنابراین $(۵, ۲k) = ۱$ است.

۵۳- هرگاه $۷ | ۵۵k$ در اینصورت:

$$(۷, k) = ۷(۲) \quad (۷, k) = ۱(۱)$$

$$[۷, k] = ۷(۴) \quad k | ۷(۳)$$

حل: گزینه (۲) صحیح است چون $۷ | ۵۵k$ و $(۷, ۵۵) = ۱$ بنابراین $۷ | k$

بنابراین $(v, k) = 7$ است.

۵۴- هرگاه $d = (3^1; 5^{12})$ در اینصورت :

$$d = 9(4) \quad d = 5(3) \quad d = 3(2) \quad d = 1(1)$$

حل: گزینه (۱) صحیح است چون $(3, 5) = 1$ بنابراین $(3^1; 5^{12}) = 1$

۵۵- عدد طبیعی a را بر ۷ و ۸ تقسیم کرده‌ایم و باقیمانده تقسیمها به ترتیب ۳ و ۵ می‌باشد. باقیمانده تقسیم a بر ۵۶ کدام است؟

$$-11(1) \quad 45(3) \quad 2(2) \quad 1(4)$$

حل: گزینه (۳) صحیح است طبق فرض $a = 8x + 5$ و $a = 7y + 3$ در نتیجه داریم:

$$7y + 3 = 8x + 5 \Rightarrow 7y = 8x + 2 \Rightarrow y = x + \frac{x+2}{7} \Rightarrow \frac{x+2}{7} = t$$

$$\Rightarrow x = 7t - 2 \Rightarrow a = 8(7t - 2) + 5 \Rightarrow a = 56t - 11 \Rightarrow a = 56(t-1) + 45$$

۵۶- از همنهشتی $(4 \pmod{4}) \equiv x^2$ نتیجه می‌شود:

$$x \equiv 0 \pmod{2} (1) \quad x \equiv 0 \pmod{5} (2)$$

$$x \equiv 0 \pmod{8} (3) \quad x \equiv 0 \pmod{16} (4)$$

حل: گزینه (۱) صحیح است جواب معادله $x^2 \equiv 0 \pmod{m}$ بصورت $x \equiv 0 \pmod{m}$

است. درست‌ترین $m = 2$ است.

۵۷- عدد a را بر عدد b تقسیم نموده‌ایم و باقیمانده تقسیم مجذور خارج قسمت آن است باقیمانده تقسیم a بر خارج قسمت فوق :

(۱) با باقیمانده تقسیم اول مساوی است.

(۲) مربع باقیمانده تقسیم اول است.

(۳) با جذر باقیمانده تقسیم اول مساوی است.

(۴) صفر است.

حل: گزینه (۴) صحیح است بنا به فرض $a = bq + q^2$ است بنابراین $a = (b+q)q$ یعنی $q | a$ در نتیجه باقیمانده تقسیم a بر q برابر صفر است.

۵۸- باقیمانده $1 + 17^{1817}$ در تقسیم بر ۱۰ برابر است با :

(۱) ۲ (۲) ۹ (۳) صفر (۴) ۳

حل: گزینه (۱) صحیح است چون 1817 بر ۴ بخشپذیر است بنابراین رقم سمت راست 17^{1817} برابر ۱ است در نتیجه رقم سمت راست آن ۲ است

۵۹- در یک تقسیم اگر ۱۰۰ واحد به مقسوم و ۱ واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم خارج قسمت تغییر نمی‌کند و باقیمانده ۲ واحد زیاد می‌شود خارج قسمت عبارتست از :

(۱) ۱۰۲ (۲) ۸۸ (۳) ۱۰۰ (۴) ۹۸

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا اگر $a = bq + r$ قرار دهیم

$$a + 100 = (1+b)q + r + 100$$

$$100 + bq + r = q + bq + r$$

$$98 = q$$

۶۰- هرگاه m و n مضرب ۱۹ نباشند $m^{18} - n^{18}$ همواره بر کدام عدد

بخشپذیر است؟

$$m+n \quad (4) \quad 20 \quad (3) \quad 19 \quad (2) \quad 18 \quad (1)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است چون m و n مضرب ۱۹ نیستند پس

$$(n, 19) = 1 \text{ و } (m, 19) = 1 \Rightarrow \text{قضیه فرما: } m^{19} \equiv 1 \text{ و } n^{19} \equiv 1$$

$$m^{18} \equiv 1 \text{ و } n^{18} \equiv 1 \Rightarrow \text{و پس: } m^{18} - n^{18} \text{ بر } 19 \text{ بخشپذیر است}$$

$$m^{18} - n^{18} \equiv 0$$

۶۱- اگر باقیمانده اعداد A و B بر ۳۷ به ترتیب برابر ۱۵ و ۲۹ باشد

باقیمانده تقسیم $A-B$ بر ۳۷ کدام است؟

$$A \quad 28 \quad (1) \quad 23 \quad (2) \quad 14 \quad (3) \quad 7 \quad (4)$$

$$A = 37q + 15$$

حل: گزینه ۲ صحیح است

$$B = 37q' + 29$$

$$A - B = 37(q - q') - 14 \text{ و } -14 \equiv 23 \pmod{37}$$

$$A-B=37q^n + 23$$

۶۲- اگر $a \equiv b \pmod{15}$ می توان نتیجه گرفت :

$$(1) \quad a^2 \equiv b^2 \pmod{4} \quad (2) \quad a^2 \equiv b^2 \pmod{5}$$

$$(3) \quad a^2 \equiv b^2 \pmod{30} \quad (4) \quad a^2 \equiv b^2 \pmod{150}$$

حل: گزینه (۲) صحیح است زیرا اگر $n|m$ و $a^m \equiv b^m$ $\Leftrightarrow a^n \equiv b^n$ پس:
 $a^2 \equiv b^2$ خواهد بود و از این نتیجه می شود:

۶۳- اگر a عددی صحیح و مثبت باشد بزرگترین مقسوم علیه مشترک a و $a+2$:

(۱) عددی اول و بزرگتر از دو است (۲) مضربی از ۳ است

(۳) همیشه عدد یک است (۴) یا عدد یک و یا عدد دو است

حل: گزینه (۴) صحیح است. اگر $(a+2, a) = 1$ این در صورتی است که a عددی فرد باشد و $(a+2, a) = 2$ در صورتی است که a زوج باشد.

۶۴- کوچکترین عددی که میتوان در $7^3 \times 4^3 \times 3^2$ ضرب کرد تا آن را مربع کامل کند کدام است؟

$$(1) \quad 7 \times 4 \quad (2) \quad 7 \quad (3) \quad 7 \times 4 \times 3^2 \quad (4) \quad \text{هیچکدام}$$

حل: گزینه (۲). صحیح است چون $4^3 = 2^6$ پس :

$$7^3 \times 4^3 \times 3^2 = 7^3 \times 2^6 \times 3^2 \quad \Rightarrow \quad 7^3 \times 2^6 \times 3^2 \text{ مربع کامل}$$

۶۵- اگر a مضربی از ۶ و b مضربی از ۱۵ باشد باقیمانده تقسیم a بر b به کدامیک از اعداد زیر همواره قابل قسمت است؟

- ۲(۱) ۳(۲) ۵(۳) ۶(۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است $a=6q$ و $b=15q'$ است پس هم a و هم b بر ۳ بخشپذیرند و از طرفی $a=bq''+r$ در نتیجه چون a و b بر ۳ بخشپذیرند پس تفاضل آنها یعنی $a-bq''$ نیز بر ۳ بخشپذیر است در نتیجه r بر ۳ بخشپذیر است.

۶۶- باقیمانده تقسیم عدد 118^{119120} بر ۹ برابر است با:

- ۱(۱) -۱(۲) ۰(۳) ۲(۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است چون $118 \equiv 1 \pmod{9}$ پس هر توانی از ۱۱۸ نیز بر ۹ همنهشت با یک خواهد شد.

۶۷- عدد $n+3$ به ازای چند عدد طبیعی n عدد n^2+7 را می‌شمارد؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴) به تعداد n

حل: $\frac{n^2+7}{n+3}$ باید عدد صحیحی باشد بنابراین $n-3+\frac{16}{n+3}$ صحیح است بنابراین

۱۶ | $n+3$ پس بنابراین n برابر ۱ یا ۵ یا ۱۳ است پس گزینه ۳ صحیح است.

۶۸- باقیمانده تقسیم عدد $100! + 99! + 98! + \dots + 4! + 5! + 6! + \dots$ بر ۲۰ برابر است با:

$$1(4) \quad 16(3) \quad 4(2) \quad 4!(1)$$

حل: $k!$ برای $k \geq 5$ بر ۲۰ بخشپذیر است پس:

$$4 \equiv \sum_{i=4}^{100} i! \pmod{20} \text{ پس گزینه ۲ صحیح است.}$$

۶۹- رقم سمت راست $1000! + 999! + \dots + 2! + 3! + 4!$ کدام است؟

$$1(صفر) \quad 6(3) \quad 5(2)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است رقم یکان $n!$ به ازای $n \geq 5$ برابر صفر است.

۷۰- مجموعه $A = \{7, 8, 9\}$ یک دستگاه کامل مانده ها به پیمانه:

$$2(1) \text{ است} \quad 3(2) \text{ است}$$

$$5(3) \text{ است} \quad 4(4) \text{ است}$$

حل: روش اول: $A = \{7, 8, 9\}$ هم ارز با $\{0, 2, 1\}$ است.

روش دوم: مجموعه A دارای سه عضو نا همناهیست به پیمانه ۳ است

بنابراین یک دستگاه کامل مانده ها به پیمانه ۳ است. پس گزینه ۲ صحیح

است.

۷۱- کدامیک از مجموعه های زیر همراه با \leq خوش ترتیب نیست؟

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x < -4\} \quad (۲) \qquad \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -4\} \quad (۱)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x - 2 > 0\} \quad (۴) \qquad \mathbb{Z}^+ \quad (۳)$$

حل: گزینه (۲) صحیح است زیرا از پایین این مجموعه کراندار نیست پس خوش ترتیب نیست.

۷۲- هرگاه p عددی اول و $p \mid 7^{24}$ در اینصورت:

$$p = 11 \quad (۴) \qquad p = 7 \quad (۳) \qquad p = 5 \quad (۲) \qquad p = 3 \quad (۱)$$

حل: گزینه (۳) صحیح است تنها عامل اولی که 7^{24} دارد ۷ است.

۷۳- اگر کسر $\frac{P}{Q}$ معادل $\frac{126}{210}$ و بزرگترین شمارنده مشترک P و Q عدد ۲۵ باشد P کدامست؟

$$85 \quad (۴) \qquad 50 \quad (۳) \qquad 75 \quad (۲) \qquad 34 \quad (۱)$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{126}{210} = \frac{3}{5} \qquad \text{حل: گزینه (۲) صحیح است}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{3 \times 25}{5 \times 25} = \frac{75}{125} \Rightarrow P = 75$$

۷۴- اگر p عدد اول و m عددی طبیعی باشد که $2 \leq m < p$ بزرگترین

مقسوم علیه مشترک $\begin{bmatrix} p \\ m \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix}$ کدامست؟

$$\frac{1}{3}(p-1) \quad (۴) \quad 2p \quad (۳) \quad p \quad (۲) \quad 1 \quad (۱)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است. اولین عبارت بالا برابریک و دومین عبارت برابر $\frac{p!}{m!(p-m)!}$ می باشد که هر دو دارای عامل p هستند و بنابراین ب.م.م آنها p است.

۷۵- اگر $d \mid (5a+4, 2a+3)$ ، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد است (کدام درست است؟)

$$d=1 \text{ یا } d=2(۲) \quad d=7(۱)$$

$$d=1(۴) \quad d=7 \text{ یا } d=1(۳)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است

$$d \mid 2a+3 \text{ و } d \mid 5a+4 \Rightarrow d \mid 5 \times 2a+3 \times 5 \text{ و } d \mid 2 \times 5a+2 \times 4$$

$$d \mid 10a+15 \text{ و } d \mid 10a+8$$

$$\Rightarrow d \mid 10a+15-10a-8 \Rightarrow d \mid 7 \quad d=1 \text{ یا } d=7$$

۷۶- اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $0 \leq k < m$ و $b \equiv k \pmod{m}$ باقیمانده تقسیم a بر m کدام است؟

$$m-k \quad (۴) \quad m \quad (۳) \quad k \quad (۲) \quad b \quad (۱)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است $a \equiv b \pmod{m}$ و $b \equiv k \pmod{m} \Leftrightarrow$ طبق خاصیت ترابایی یا

تعدی $a \equiv k^m$ در نتیجه باقیمانده a بر m برابر k می شود.

۷۷- تعداد اعدادی که به ۷ ختم شده و بین ۷۴۷ و ۱۵۴ قرار دارند کدام است؟

۶۰(۱) ۵۳(۲) ۳۷(۳) ۶۲(۴)

حل: گزینه (۱) صحیح است

روش اول: اعداد مطلوبی که به ۷ ختم می شوند از ۱۵۷ شروع شده و تا قبل از ۷۵۷ (یعنی تا ۷۴۷) ادامه دارد که تعدادشان برابر ۶۰ می باشد.

روش دوم: تعداد اعدادی که دقیقاً مابین دو عدد a و b (منظور اعداد غیر از a و b) قرار دارند و به عدد بخصوصی ختم میشوند برابر $\left[\frac{b-a}{10} \right]$ می باشد در تست فوق تعداد اعداد مابین برابر

$\left[\frac{747-154}{10} \right] = 59$ است اگر خود ۷۴۷ را هم در نظر بگیریم تعداد برابر ۶۰ خواهد شد.

۷۸- جوابهای معادله $x \equiv 20 \pmod{6}$ کدام است؟

(۱) $x \equiv 3 \pmod{4}$ (۲) $x \equiv 2 \pmod{6}$

(۳) $2x \equiv 5 \pmod{6}$ (۴) $2x \equiv 3 \pmod{4}$

حل: گزینه (۲) صحیح است $2 \equiv 20 \equiv x \pmod{6}$ در نتیجه $x \equiv 2 \pmod{6}$

۷۹- هرگاه p عددی اول باشد $a \not\equiv 0 \pmod{p}$ جواب همنهشتی

$ax \equiv b \pmod{p}$ کدام است؟

(۱) $a^p \cdot b$

(۲) $a^{p-1} \cdot b$

(۳) $a^{p-2} \cdot b$

(۴) $a \cdot b^p$

حل: گزینه (۳) صحیح است با توجه به اینکه $(a, p) = 1$ و $a \not\equiv 0 \pmod{p}$ با استفاده از قضیه فرما $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ بنا بر این اگر طرفین معادله $ax \equiv b \pmod{p}$ را در a^{p-2} ضرب کنیم جواب $x \equiv a^{p-2} b \pmod{p}$ حاصل می‌شود.

۸۰- معادله $91x - 65y = 11$ در مجموعه اعداد صحیح چند جواب دارد؟

(۱) فقط یک جواب

(۲) جواب ندارد

(۳) بی شمار

(۴) دو جواب

حل: گزینه (۲) صحیح است. معادله سیاله $ax + by = c$ که a, b, c اعداد صحیح هستند در مجموعه اعداد صحیح برای x و y دارای جوابند اگر و فقط اگر $(a, b) | c$ بنا بر این $(91, 65) = 13 \nmid 11$ در نتیجه معادله جواب ندارد.

۸۱- جواب کلی معادله همنهشتی (پیمانه ۲۳) $73x \equiv 1 \pmod{23}$ کدام است؟

(۱) $23k + 1$

(۲) $23k + 6$

(۳) $23k + 2$

(۴) $23k + 5$

حل: گزینه (۲) صحیح است. $73x \equiv 1 \pmod{23} \Leftrightarrow 4x \equiv 1 \pmod{23}$ یک جواب

$x = 23k + 6$ جواب کلی معادله خواهد بود.

۸۲- باقیمانده تقسیم عدد 15426783379 بر 11 کدامست؟

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) صفر

حل: گزینه (۲) صحیح است.

$$1^+ 5^- 4^+ 2^- 6^+ 7^- 8^+ 3^- 3^+ 7^- 9^+ \Rightarrow (9 - 7 + 3 - 3 + 8 - 7 + 6 - 2 + 4 - 5 + 1) = 7$$

توضیح: برای تقسیم عدد بر 11 و بدست آوردن باقیمانده آن می توان عدد داده شده را از راست به چپ با مثبت و منفی کردن اعداد پشت هم و بدست آوردن حاصل باقیمانده تقسیم عدد بر 11 را تعیین نمود یعنی در این تست باقیمانده تقسیم عدد بر 11 برابر 7 می باشد.

۸۳- در صورتی که Z_7 داشته باشیم $[3] = [2+x]$ مجموعه جواب x کدام است؟

(۱) $\{7k+1 | k \in Z\}$ (۲) $\{7k-3 | k \in Z\}$

(۳) $\{k+7 | k \in Z\}$ (۴) $\{3k+7 | k \in Z\}$

حل: گزینه (۱) صحیح است

$$[2+x] = [3] \Rightarrow [x] + [2] = [3]$$

$$[x] = [3] - [2] = [1] \Rightarrow x = 7k + 1$$

۸۴- حاصل ضرب دو عدد 1512 و بزرگترین شمارنده مشترک آنها 6 است

کوچکترین مضرب مشترک آنها برابر است با:

$$\begin{array}{r} 9132(1) \\ 756(2) \\ 252(3) \\ 525(4) \end{array}$$

حل: گزینه (۳) صحیح است. زیرا $[a,b] = \frac{ab}{(a,b)} = \frac{1512}{6} = 252$

۸۵- اگر $(a,b) = 15$ و $[a,b] = 75$ در اینصورت:

$$b=25, a=15(2) \qquad b=75, b=30(1)$$

$$b=75, a=15(4) \qquad b=25, a=45(3)$$

حل: گزینه (۴) صحیح است. چون $(a,b) = 15$ بنابراین اعداد a' و b' موجودند بطوریکه $a=15a'$ و $b=15b'$ و $(a',b')=1$ است.

$$ab=(a,b)[a,b] \Rightarrow (15a')(15b')=15 \times 75 \Rightarrow a'b'=5$$

بنابراین ۵ یا $a'=1$ یا $b'=1$ پس $a=15$ یا 75 و $b=15$ یا 75 است.

۸۶- کدام فرض یکتایی تجزیه را نقض می‌کند؟

(۱) اصل خوش ترتیبی

(۲) وجود اعداد اول بسیار بزرگ

(۳) فرض اول بودن عدد ۱

(۴) وجود تنها یک عدد اول زوج

حل: گزینه (۳) صحیح است. فرض اول بودن عدد یک باعث می‌شود که

اعداد دارای تجزیه‌های متفاوتی باشند که برخی شامل یک و برخی فاقد

یک می‌باشند.

۸۷- به ازای کدام m معادله $3x+6y=m$ در Z جواب دارد؟

- ۷(۱) ۸(۲) ۹(۳) ۱۰(۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا در صورتی معادله سیاله در Z جواب دارد که $m \equiv 3 \pmod{6} \Leftrightarrow m=9$ در جوابهای داده شده برای تست مناسب است

۸۸- کدامیک از معادلات همبندی زیر جواب دارد؟

۱) $5x \equiv 3 \pmod{4}$ ۲) $4x \equiv 1 \pmod{2}$

۳) $3x \equiv 5 \pmod{6}$ ۴) $2x \equiv 3 \pmod{4}$

حل: گزینه ۱ صحیح است. زیرا معادله همبندی $ax \equiv b \pmod{m}$ در صورتی دارای جواب است که $b \mid (a, m)$ و در اینجا فقط گزینه ۱ چنین خاصیتی را داراست $1 \mid (5, 4)$

۸۹- هرگاه $a = 5k + 3$ و $b = 5k' - 2$ باشد دسته همبندی

$[a+2b]$ کدام است؟

۱) $\{5k''+4; k'' \in Z\}$ ۲) $\{10k''+3; k'' \in Z\}$

۳) $\{15k''-7; k'' \in Z\}$ ۴) هیچکدام

حل: گزینه ۱ صحیح است.

$$[5k+3+2(5k'-2)] =$$

$$[5(k+2k' + 4)] = [5k''+4] = \{5k''+4 | k'' \in \mathbb{Z}\}$$

۹۰- در هم‌نهشتی $a^v \equiv a \pmod{v}$ مقدار a چقدر است؟

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) $\forall a \in \mathbb{N}$

حل: گزینه (۴) صحیح است. نتیجه قضیه فرماست $\forall a \in \mathbb{N} a^p \equiv a \pmod{p}$

۹۱- تعداد جوابهای معادله هم‌نهشتی $4x \equiv 2x+1 \pmod{6}$ در

مجموعه اعداد صحیح کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) بیشمار

حل: گزینه (۱) صحیح است

$$4x - 2x \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow 2x \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow (2, 6) = 2 \nmid 1$$

۹۲- اگر $a > 21$ و $a \equiv 2 \pmod{7}$ و $a \equiv 0 \pmod{3}$ باقیمانده a بر ۲۱

کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

حل: گزینه (۲) صحیح است.

روش اول: از آنجایی که $a \equiv 0 \pmod{3}$ عدد a بصورت $3k$ است اگر $a = 3k$ را در

معادله $a \equiv 2 \pmod{7}$ قرار دهیم معادله هم‌نهشتی $3k \equiv 2 \pmod{7}$ حاصل می‌شود که

معادله سیاله $۳k+۷b=۲$ را نتیجه می دهد.

روش دوم: $a=۷k+۲$ و $a=۳k'$ و به ازای k و k' های متفاوت عنصر ۹ در هر دو ظاهر می شود. بنابراین جواب $a=۲۱k+۹$ است.

۹۳- از همنهشتی $x^{۳۰} - ۲x^۵ + ۶ \equiv ۰ \pmod{۵}$ نتیجه می شود:

$$x \equiv ۱ \pmod{۵} \quad (۱) \qquad x \equiv ۲ \pmod{۵} \quad (۲)$$

$$x \equiv ۳ \pmod{۵} \quad (۳) \qquad x \equiv ۴ \pmod{۵} \quad (۴)$$

حل: گزینه (۱) صحیح است.

روش اول: می توان مقادیر موجود در گزینه ها را امتحان کرد و به همین نتیجه رسید.

روش دوم: با توجه به نتیجه قضیه فرما بجای $x^۵$ می توان x را جانشین نمود و $x^{۳۰}$ نیز بصورت $x^۶$ یا در نهایت $x^۲$ خواهد بود بنابراین معادله $x^{۳۰} - ۲x^۵ + ۶ \equiv ۰$ بصورت ساده

$$x^۲ - ۲x + ۱ \equiv ۰$$

یا $(x-۱)^۲ \equiv ۱$ در می آید که جوابش $x \equiv ۱$ است.

۹۴- عدد مثبت و درست p داده شده است کسر $\frac{۳p+۴}{۵p+۷}$

(۱) همواره تحویل پذیر است.

(۲) همواره تحویل نا پذیر است.

۳) فقط برای $p > 12$ تحویل پذیر است.

۴) فقط برای $p > -2$ تحویل نا پذیر است.

حل: گزینه ۲) صحیح است چون $(5p+7, 3p+4) = 1$ بنابراین کسر تحویل نا پذیر است یا به عبارتی ساده نمی شود.

۹۵- عدد $n(n^2-1)$ بر کدام از اعداد زیر همواره قابل قسمت است؟

۶(۱) ۹(۲) ۱۴(۳) ۵(۴)

حل: گزینه ۱) صحیح است چون $n(n^2-1) = n(n-1)(n+1)$ و بین سه عدد متوالی n و $n+1$ و $n-1$ یکی مضرب ۳ و دیگری مضرب ۲ است بنابراین: $6 | n(n^2-1)$

۹۶- اگر n عددی طبیعی باشد کدام درست است؟

۱) اگر $a = 2^n - 1$ اول باشد n توانی از ۲ است.

۲) اگر $a = 2^n - 1$ اول باشد n اول است.

۳) برای هر n ، $n^2 - n + 41$ یک عدد اول است.

۴) $n^7 \equiv 1$ (پیمانه ۷)

حل: گزینه ۲) صحیح است. با استفاده از برهان خلف نشان می دهیم که اگر

$2^n - 1$ اول باشد n نیز اول است فرض کنیم n اول نباشد

در این صورت $n = ml$ بنابراین داریم:

$$2^n - 1 = 2^{ml} - 1 = (2^m)^l - 1 = (2^m - 1) [(2^m)^{l-1} + \dots + 1]$$

که تساوی اخیر نشان می‌دهد $۱ - ۲^n$ غیر اول است. که این تناقض است.

۹۷- کدام گزاره درست است؟

(۱) مجموع دو عدد اول همواره عددی اول است.

(۲) اگر $(a, b) = d$ و $(a', b') = d'$ آنگاه $(a+a', b+b') = d+d'$

(۳) اگر $[a, b] = m$ و $[a', b'] = m'$ آنگاه $[aa', bb'] = mm'$

(۴) اگر $a = bq + r$ و $0 < r < b$ آنگاه $b = t'r$

حل: گزینه (۴) صحیح است چون $a = bq + r$ و $b = t'r$ و $0 < r < b$ بنابراین

$r | b$ و $r | a$ به علاوه اگر m عامل مشترکی از a و b باشد آنگاه m عاملی

از $a - bq$ است بنابراین $m | r$ یعنی $r = m \cdot b$. م. م. دو عدد a و b است.

۹۸- رده هم ارزی یادسته همنهشتی $[-۲]$ در $Z_۵$ کدام است؟

(۱) $\{-۲+۵k | k \in Z\}$

(۲) $\{۵-۲k | k \in Z\}$

(۳) $\{۵+۳k | k \in Z\}$

(۴) هیچکدام

حل: گزینه (۱) صحیح است. دسته همنهشتی به پیمانه ۵ تمام اعداد به

صورت $۵k - ۲$ است

۹۹- هرگاه $(x+۲) \in [۳]_۷$ باشد مقدار x کدام است؟

(۱) $k+۷$

(۲) هیچکدام

(۳) $۷k+۳$

(۴) $۷k+۱$

حل: گزینه (۲) صحیح است گزاره $(x+۲) \in [۳]_۷$ معادل $x+۲ = ۳+۷k$

است بنابراین $x = 7k + 1$ می باشد.

۱۰۰- با افزودن کدام عدد به مجموعه $\{3^m \mid 0 < m \leq 6\}$ یک دسته کامل مانده ها به پیمانه ۷ حاصل می شود؟

$7(4)$	$5(3)$	$4(2)$	$2(1)$
$3^1 \equiv 3$	$3^2 \equiv 2$	$3^3 \equiv 6$	$3^4 \equiv 4$
$3^5 \equiv 5$	$3^6 \equiv 1$		

حل: گزینه ۴ صحیح است.
تنها عنصری که برای کامل شدن مجموعه لازم است صفر میباشد که در اینجا ۷ خود صفر است.

۱۰۱- کدام نادرست است؟

$$(1) a \equiv b \pmod{15} \Rightarrow -5a \equiv -5b \pmod{15}$$

$$(2) 9 \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow 9^{-10} \equiv 2^{-10} \pmod{7}$$

$$(3) -4x^3 \equiv -4y^3 \pmod{36} \Rightarrow x^3 \equiv y^3 \pmod{9}$$

$$(4) 7x \equiv 7y \pmod{10} \Rightarrow 49x^2 \equiv -y^2 \pmod{10}$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا اعداد 9^{-10} و 2^{-10} صحیح نمی باشند.

۱۰۲- کدام درست است؟

$$(1) 89^8 \equiv -1 \pmod{16}$$

$$(2) 115^4 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$(3) \quad (-67)^4 \equiv -1 \pmod{8} \quad (4) \quad (-103)^{16} \equiv 1 \pmod{32}$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$-103 \equiv -7 \pmod{32} \Rightarrow (-103)^2 \equiv 49 \pmod{32}$$

$$(-103)^4 \equiv 17^2 \pmod{32} \Rightarrow (-103)^8 \equiv 1 \pmod{32} \Rightarrow (-103)^{16} \equiv 1 \pmod{32}$$

۱۰۳ - کدام گزاره درست است؟

$$(1) \quad (-8)^{16} \equiv -1 \pmod{17} \quad (2) \quad 12^{12} \equiv 1 \pmod{13}$$

$$(3) \quad 10^{19} \equiv 1 \pmod{20} \quad (4) \quad \text{هیچکدام}$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا قضیه فرما را در حالت $p=13$ و $q=12$ در

نظر بگیریم جواب بدست می‌آید.

۱۰۴ - a و b دو عدد اولند اگر ab مربع کامل باشد کدام یک از حکمهای زیر

همواره صحیح است؟

(۱) a و b هر دو مربع کاملند.

(۲) a و b هر دو مساوی یک می‌باشند.

(۳) a و b مساوی هستند.

(۴) a^2b مربع کامل است.

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا a و b دو عدد اول هستند. در صورتی ab مربع

کامل است که a و b مساوی باشند.

۱۰۵- اگر a و b نسبت به هم متباین باشند کدامیک از احکام زیر درست است؟

(۱) $a+b$ و $a-b$ ممکن است فقط یک مقسوم علیه مشترک غیر از یک داشته باشند.

(۲) $a+b$ و $a-b$ قطعاً چند مقسوم علیه مشترک دارند.

(۳) $a+b$ و $a-b$ همواره نسبت به هم اول خواهند بود.

(۴) هیچکدام

حل: گزینه ۱ صحیح است توجه کنید که اگر a و b دو عدد فرد باشند $a+b$ و

$a-b$ هر دو زوج بوده و در این حالت $a+b$ و $a-b$ عاملی غیر از یک دارند

$$d|a-b \text{ و } d|a+b \Rightarrow d|2a, d|2b \Rightarrow d|(2a, 2b)$$

$$\Rightarrow d|2 \Rightarrow d=1 \text{ یا } d=2$$

۱۰۶- اگر a عدد اول مخالف ۳ باشد $3a^2$ بر چند عدد درست قابل قسمت است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا عدد $3a^2$ بر اعداد طبیعی ۱ و ۳ و a و

a^2 و $3a$ بخشپذیر است.

۱۰۷- اگر p و n دو عدد درست مثبت باشند برای آنکه عدد n^p فرد باشد، فرد بودن n چگونه شرطی است؟

(۱) لازم و کافی

(۲) کافی و نه لازم

(۳) لازم و نه کافی

(۴) نه لازم و کافی

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا واضح است که اگر n فرد باشد n^p فرد بوده و بالعکس.

۱۰۸- باقیمانده تقسیم عدد $681^{100} \times 745^{200} \times 5489^{300}$ بر ۴ چیست؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا 681^{100} عامل ۴ را دارد.

۱۰۹- اگر عدد a بر b_1 و b_2 بخشپذیر باشد آنگاه a بر کدام همواره بخشپذیر خواهد بود؟

(۲) $b_1 + b_2$

(۱) $b_1 b_2$

(۴) $\frac{b_1 b_2}{(b_1, b_2)}$

(۳) $\frac{2b_1 b_2}{[b_1, b_2]}$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا اگر فرض کنید $(b_1, b_2) = d$ در اینصورت اعداد

b_1' و b_2' موجودند بطوریکه $b_1 = b_1' d$ و $b_2 = b_2' d$ و $(b_1', b_2') = 1$

چون $b_1 = db_1' | a$ و $b_2 = db_2' | a$ در نتیجه $db_1' b_2' | a$ و

$\frac{(db_1')(db_2')}{d} | a$

بنابراین

و در نتیجه $\frac{b_1 b_2}{(b_1, b_2)}$ یک شمارنده a خواهد بود.

۱۱۰- اگر عدد $۱۰۰^{3n}-۳$ شامل ۲۴ رقم باشد، در اینصورت n برابر است با:

- ۳ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۴ (۱)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا عدد ۱۰۰^{3n} دارای $۶n+۱$ رقم است و $۱۰۰^{3n}-۳$ دارای $۶n$ رقم است در نتیجه $۶n=۲۴$ یا $n=۴$ می باشد.

۱۱۱- عدد $ab(a-b)$ بر کدامیک از اعداد زیر همواره بخشپذیر است؟

- ۲ (۴) ۴ (۳) ۱۶ (۲) ۸ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا یا یکی از اعداد b و a زوج است و یا $a-b$ زوج است بنابراین دو شمارنده $ab(a-b)$.

۱۱۲- رقم سمت راست عدد $۲۷۱۷۱۷۲+۶۹۹^۶+۱۲۰۲۰^{۲۱}$ چیست؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۰ (۱)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $۱۲۰ \equiv ۰$ و $۲۷۱ \equiv ۱$ می باشد هر توانی از ۱۲۰ با صفر و هر توانی از ۲۷۱ با یک همنهشت می باشد از طرفی و ۶۹ به پیمانه ۱۰ با ۹ همنهشت است و چون توان آن فرد است با ۹ همنهشت است و نهایتاً مجموع مذکور با $۱+۹+۰$ یا به عبارتی با صفر همنهشت است.

۱۱۳ - عدد اول a چند مقسوم علیه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۱۱۴ - هرگاه a و b دو عدد صحیح و $a \neq 0$ و $a | b$ ، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $(b, a) = |a|$ (۲) $[b, a] = |b|$

(۳) $(ka, kb) = k|a|$ (۴) $[b, a] = |a|$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا طبق فرض $a | b$ بنابراین $|a| = [a, b]$ و تنها گزینه ۴ غلط می باشد که خواسته سؤال نیز گزینه نادرست است.

۱۱۵ - هرگاه $(۴k, ۹k) = ۲۱$ در اینصورت:

(۱) $k = ۳۶$ (۲) $k = ۱۳$

(۳) $k = ۲۱$ (۴) $k = ۱۲$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا $(۴, ۹) = ۱$ بنابراین $(۴k, ۹k) = k$ یا $k = ۲۱$ است.

۱۱۶ - کدامیک از مجموعه های زیر یک دسته کامل مانده ها به پیمانانه ۵ است؟

$$\{0, 1, 6, 7, 8\} \quad (2) \qquad \{0, 3, 5, 7\} \quad (1)$$

$$\{1, 2, 4, 6, 8, 9\} \quad (4) \qquad \{0, 6, 7, 13, 14\} \quad (3)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا مجموعه $\{0, 6, 7, 13, 14\}$ به پیمانۀ ۵ هم ارز مجموعه $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ است و:

$$7 \equiv 2 \pmod{5} \qquad 6 \equiv 1 \pmod{5} \qquad 13 \equiv 3 \pmod{5} \qquad 14 \equiv 4 \pmod{5}$$

۱۱۷- رقم یکان 4×7^{17} کدام است؟

$$2 \quad (4) \qquad 4 \quad (3) \qquad 6 \quad (2) \qquad 8 \quad (1)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$7^2 \equiv -1 \pmod{10} \Rightarrow 7^4 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow (7^4)^4 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 7^{16} \equiv 1 \pmod{10}$$

$$4 \times 7 \times 7^{16} \equiv 4 \times 7 \Rightarrow 4 \times 7^{17} \equiv 8 \pmod{10}$$

۱۱۸- اگر یک ترکیب خطی از دو عدد a و b برابر ۱ باشد، کدام رابطه درست است؟

$$a \mid bx \quad (2) \qquad (a, b) = 1 \quad (1)$$

$$a+x \mid bx \quad (4) \qquad b \mid ax \quad (3)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است. این نتیجه قضیه بزو است.

قضیه بزو: هرگاه a و b دو عدد صحیح و $(a, b) = d$ در اینصورت دو عدد

$$\text{صحیح } r \text{ و } s \text{ وجود دارند بطوریکه } ra + sb = d$$

۱۱۹- اگر مجموع دو عدد ۷۳ و کوچکترین مضرب مشترک آنها ۴۶۲ باشد آن دو عدد کدامیک از دو عدد زیر هستند؟

(۱) ۱۱ و ۶۲ (۲) ۱۲ و ۶۱

(۳) ۲۴ و ۴۹ (۴) ۷ و ۶۶

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا $a+b=73$ و $[a,b]=462$ اکنون فرض کنیم $(a,b)=d$ باشد در این صورت $d|a+b=73$ و $d|462$ در نتیجه $d|73$ یا $d|1$ و چون رابطه $73|462$ برقرار نیست بنابراین $d=1$ اکنون $462=ab=a,b$ است و تجزیه ۴۶۲ بصورت $2 \times 3 \times 7 \times 11$ است تنها تجزیه‌ای که شرط $a+b=73$ را نقض نمی‌کند $a \times b = 66 \times 7$ می‌باشد.

۱۲۰- تعداد اعداد اول کوچکتر از ۵۰۰:

(۱) ۲۵۰ است (۲) بیش از ۲۵۰ است

(۳) بین ۲۵۰ و ۳۰۰ است (۴) کمتر از ۲۵۰ است

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا تعداد اعداد کوچکتر از ۵۰۰ برابر ۴۹۹ است که از این ۴۹۹ عدد ۲۵۰ عدد زوج بوده که بجز ۲ همگی غیر اولند و بنابراین تعداد اعداد اول کمتر از ۲۵۰ است.

۱۲۱- رقم سمت راست عدد $5 + 209 \times 90 \times 209$ کدام است؟

۱ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است. نکته بسیار مهم در این تست اینست که: هر عددی که رقم یکانش ۹ باشد به هر توان زوجی برسد رقم یکان آن یک می‌شود و به هر توان فردی برسد رقم یکان آن ۹ می‌شود در این تست چون $9 \times 2^{209} + 9 = 6$ پس گزینه ۲ درست است.

۱۲۲ - اگر a عدد زوج باشد عدد $a(a^2 - 4)$ بر کدامیک از اعداد زیر قابل قسمت است؟

۱۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است $a(a^2 - 4) = a(a - 2)(a + 2)$ چون a زوج است پس $a = 2k$ و عدد اخیر بصورت $2k(2k - 2)(2k + 2)$ است.

$$2k \times 2(k - 1) \times 2(k + 1) = 8k(k - 1)(k + 1)$$

حاصلضرب دو عدد متوالی همواره بر ۶ بخشپذیر است در نتیجه عدد مذکور همواره بر $48 = 6 \times 8$ بخشپذیر است.

۱۲۳ - حاصل $[(a^2, a), (a, b)]$ کدام است؟

۱ (۱) $|a|$ ۲ (۲) a ۳ (۳) b ۴ (۴) $|b|$

حل: گزینه ۱ صحیح است

$$[(a^2, a), (a, b)] = |a| \quad \text{و} \quad (a^2, a) = |a|$$

۱۲۴- اگر در تقسیمی از اعداد صحیح مقسوم و مقسوم علیه هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، کدام یک از احکام زیر همواره درست است؟

(۱) باقیمانده بر عدد n بخش پذیر نیست.

(۲) باقیمانده بر عدد n بخش پذیر است.

(۳) خارج قسمت و باقیمانده هر دو بر عدد n بخش پذیراند.

(۴) هیچکدام.

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $a = bq + r$ و a و b بر n بخش پذیر هستند و $r = a - bq$ می باشد بنابراین اگر $a = na'$ و $b = nb'$ باشد آنگاه :

$$r = na' - nb'q = n(a' - b'q)$$

بوده بنابراین r بر n بخش پذیر است.

۱۲۵- طرف دوم گزاره شرطی مقابل چیست؟ $3x \equiv 3y \pmod{7} \Rightarrow$

$$(۱) 8 \cdot x^4 \equiv 8 \cdot y^4 \pmod{7} \quad (۲) x^8 - 8 \equiv y^8 - 1 \pmod{7}$$

$$(۳) 2 \text{ و } 3 \quad (۴) vx \equiv vy \pmod{3}$$

حل: گزینه ۳ صحیح است. از رابطه $ac \equiv bc \pmod{m}$ رابطه $a \frac{m}{d} \equiv b$

که $d = (m, c)$ است نتیجه می شود از:

$$3x \equiv 3y \Rightarrow (3, 7) = 1 \Rightarrow x \equiv y \Rightarrow x^8 \equiv y^8$$

و داریم: $-1 \equiv -8 \pmod{7}$ پس $x^8 - 8 \equiv y^8 - 1 \pmod{7}$ و همچنین داریم $x^8 - 8 \equiv y^8 - 1 \pmod{7}$

$4^y \equiv x^4 \pmod{80}$ و $4^x \equiv 80 \pmod{80}$ پس گزینه ۳ صحیح است که گزینه ۱ و ۲ را در بر دارد.

۱۲۶- کدامیک از اعداد زیر بر ۳ بخشپذیر است؟

(۱) ۳۱۲۱۳۱۲۱ (۲) ۶۲۱۳۶۲۱۵

(۳) ۱۰۲۰ (۴) هیچکدام

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا عددی بر ۳ بخشپذیر است که مجموع ارقام آن بر ۳ بخشپذیر باشد در نتیجه در گزینه ۱ مجموع ارقام عدد ۳۱۲۱ بر ۳ بخشپذیر نیست ولی در گزینه ۲ مجموع ارقام عدد ۶۲۱۳ بر ۳ بخشپذیر است پس هر توانی از آن نیز بر ۳ بخشپذیر است

۱۲۷- کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{403r + 341s \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ کدام است؟

(۱) ۹۳ (۲) ۳۹ (۳) ۳۱ (۴) ۱۳

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{ar + bs \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ همان بزرگترین شمارنده مشترک a و b می باشد کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{403r + 341s \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ برابر $(403, 341) = 31$ می باشد.

۱۲۸ - هرگاه $(b, d) = ۱$ و $(a-۲b, ۳a-b) = d$ ، کدامیک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است :

$$(a-۲b, ۳a-b) = d \Rightarrow d | a-۲b, d | ۳a-b \Rightarrow d | ۵b$$

چون $(d, b) = ۱$ است با توجه به لم اقلیدس $d | ۵$ بنابراین d می‌تواند ۱ یا ۵ باشد.

۱۲۹ - در صورتی که n مربع کامل باشد، کدام همنهشتی حتماً نادرست است؟

$$n^2 \equiv ۰ \pmod{۱۰} \quad (۱) \quad n^2 \equiv ۴ \pmod{۱۰} \quad (۲)$$

$$n^2 \equiv ۶ \pmod{۱۰} \quad (۳) \quad n^2 \equiv ۱ \pmod{۱۰} \quad (۴)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا n مربع کامل است رقم یکان n یکی از اعداد ۰ یا ۱ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۹ است بنابراین n^2 رقم یکانش یکی از اعداد ۰ یا ۱ یا ۵ یا ۶ است در نتیجه $n^2 \not\equiv ۴$ همواره نادرست است.

۱۳۰ - یک عدد دو رقمی ۳ برابر مجموع ارقام خود می‌باشد، حاصلضرب ارقام این عدد کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۱۴ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا اگر عدد دو رقمی را به صورت \overline{ab} در نظر بگیریم در این صورت $\overline{ab} = ۳(a+b)$ بوده و داریم:

$$۱۰a+b = ۳a+۳b \Rightarrow ۷a = ۲b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow a=۲, b=۷$$

چون باید $۰ < a$ و $b \leq ۹$ باشد بنابراین $ab = ۱۴$ \Leftarrow

۱۳۱- دو رقم سمت راست عدد $۱!+۲!+۳!+\dots+۱۰۰!$ کدام است؟

(۱) ۰۰ (۲) ۰۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا به ازای $n \geq ۵$ رقم سمت راست $n!$ صفر است در نتیجه $۱!+۲!+۳!+۴!+۵!+\dots+۱۰۰! \equiv (۱+۲+۶+۲۴+۰) \equiv ۳$

پس رقم سمت راست عدد ۳ است و در بین گزینه ها تنها گزینه ۴ است که رقم سمت راستش ۳ است.

۱۳۲- هرگاه $a|b$ و $b|c$ در این صورت حاصل $(a, [b,c])$ برابر است با:

(۱) $|b|$ (۲) $|a|$ (۳) $[a,c]$ (۴) $[a,b]$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $[b,c] = |c|$ چون $b|c$ و از طرفی $a|b$ بنابراین $a|c$ داریم:

$$(a, [b,c]) = (a, |c|) = |a|$$

۱۳۳- به ازای کدام مقدار b معادله $(۱۵+b)x+by=۲۰$ در مجموعه اعداد

صحیح جواب دارد؟

۳ (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا باید $20 \mid (15+b, b)$ و فقط به ازای $b=5$ جواب دارد.

۱۳۴ - کدامیک از مجموعه های زیر عضو ابتدا ندارد؟

(۱) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 3 \leq x \leq 4\}$ (۲) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 3 < x \leq 4\}$

(۳) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 3 < x < 4\}$ (۴) جوابهای ۳ و ۲

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا هیچ عدد صحیحی بین ۳ و ۴ قرار ندارد گزینه ۳ مجموعه تهی است و بنابراین مجموعه تهی عضو ابتدا ندارد توجه کنید که درگزینه ۱ و ۲ بترتیب ۳ و ۴ عضو ابتدا هستند.

۱۳۵ - باقیمانده تقسیم عدد $7^{4k} - 1$ ($k \in \mathbb{N}$) بر ۵ کدام است؟

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$7^2 \equiv -1 \Rightarrow 7^4 = (7^2)^2 \equiv (-1)^2 \Rightarrow 7^{4k} \equiv 1 \Rightarrow 7^{4k} - 1 \equiv 0.$$

۱۳۶ - عدد 4×9^{17} به کدام رقم ختم می شود؟

۴ (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$9^2 \equiv 1 \Rightarrow (9^2)^8 = 9^{16} \equiv 1 \Rightarrow 4 \times 9 \times 9^{16} \equiv 4 \times 9 \Rightarrow 4 \times 9^{17} \equiv 6$$

۱۳۷ - باقیمانده تقسیم عدد $3^{2n+2} - 2^{n+1}$ بر عدد ۷ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۱۳۸ - بزرگترین مقسوم علیه مشترک $5n^3 + 4$ و $2n^3 + 3$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

۱ (۱) ۷ (۲) ۱ یا ۷ (۳) ۴ هیچکدام (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$(2n^3 + 3 \text{ و } 5n^3 + 4) = d \Rightarrow d | 2n^3 + 3 \text{ و } d | 5n^3 + 4 \Rightarrow d | 7n^3 + 7$$

$$\Rightarrow d | 7(n^3 + 1) \Rightarrow d = 7 \text{ یا } d = 1$$

۱۳۹ - معادله همنهشتی (پیمانه ۷) $3x \equiv 21$ در یک دسته کامل مانده هادر

همنهشتی به پیمانه ۷ چند جواب دارد؟

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۷ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $1 = (3, 7)$ می باشد از معادله $3x \equiv 21$ معادله

$x \equiv 7$ نتیجه می شود که جواب معادله اخیر رده هم ارزی $[0]$ می باشد.

۱۴۰- اگر بزرگترین مقسوم علیه مشترک a و b عدد ۱۸ و کوچکترین مضرب مشترک این دو عدد ۴۳۲ باشد، a کدامیک از اعداد زیر می تواند باشد؟

۵۴ (۱) ۱۰۸ (۲) ۳۶ (۳) ۲۸ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $(a, b) = 18$ است بنابراین، اعدادی چون a' و b' موجود است بطوریکه $(a', b') = 1$ و $a = 18a'$ و $b = 18b'$ است بعلاوه $[a, b] = \frac{ab}{18} = 432 = a'b' = 18$ است در نتیجه $a'b' = 24$ است پس a' می تواند ۱ یا ۳ یا ۸ یا ۲۴ باشد. بنابراین a می تواند مقادیر ۱۸ یا ۵۴ یا ۱۴۴ یا ۴۳۲ را اختیار کند.

۱۴۱- اگر کسر $\frac{P}{Q}$ معادل $\frac{126}{210}$ و کوچکترین مضرب مشترک P و Q عدد ۲۵۵ باشد، P برابر است با:

۳۴ (۱) ۵۱ (۲) ۶۸ (۳) ۸۵ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا بنا بر فرض $\frac{P}{Q} = \frac{126}{210} = \frac{3}{5}$ بوده و چون کوچکترین مضرب مشترک P و Q برابر $3 \times 17 \times 5$ است بنابراین $P = 3 \times 17 = 51$ و $Q = 5 \times 17$ است.

۱۴۲- تعداد اعداد کوچکتر از ۳۷ که نسبت به ۳۷ اولند کدام است؟

۳۷ (۱) ۳۶ (۲) ۱۹ (۳) ۱۸ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$\varphi(37) = 37 \left(1 - \frac{1}{37}\right) = 36.$$

۱۴۳ - باقیمانده تقسیم عدد 3^{511} بر 80 کدام است؟

- ۱ (۱) ۲۸ (۲) ۱۴ (۳) ۲۷ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا

$$3^4 = 81 \equiv 1 \pmod{80} \Rightarrow (3^4)^{127} = 3^{508} \equiv 1 \pmod{80} \Rightarrow 3^3 \times 3^{508} = 3^{511} \equiv 3^3 \pmod{80}$$

۱۴۴ - باقیمانده تقسیم عدد $2^{41} + 17$ بر 21 چند است؟

- ۷ (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$2^6 \equiv 1 \pmod{21} \Rightarrow (2^6)^6 = 2^{36} \equiv 1 \pmod{21}$$

$$2^{41} = 2^{36} \times 2^5 \equiv 2^5 \pmod{21} \Rightarrow 2^{41} + 17 \equiv (2^5 + 17) \pmod{21}$$

$$\Rightarrow 2^{41} + 17 \equiv 7 \pmod{21}$$

۱۴۵ - باقیمانده تقسیم عدد $2^{3n+1} + 13^{2n+1}$ بر 7 چند است؟

- ۳ (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$13^2 = 169 \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 13^{2n} \equiv 1 \pmod{7}$$

$$2^3 \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 2^{3n} \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 2^{3n+1} \equiv 2 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow 13^{2n+1} + 2^{2n+1} \equiv (2+6) \pmod{7} \Rightarrow 13^{2n+1} + 2^{2n+1} \equiv 1 \pmod{7}$$

۱۴۶ - جواب معادله (پیمانه ۷) $2x \equiv 1 \pmod{7}$ کدام است؟

$$x = \sqrt{k} + 4 \quad (1)$$

$$x = \sqrt{k} + 5 \quad (2)$$

$$x = \sqrt{k} + 1 \quad (3)$$

$$x = \sqrt{k} + 3 \quad (4)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $x=4$ یک جواب است، جواب کلی بصورت $x = \sqrt{k} + 4$ است.

۱۴۷ - باقیمانده تقسیم $3^{31} + 3^{32}$ بر ۱۳ برابر است با:

$$1 \quad (4) \quad 12 \quad (3) \quad 9 \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$3^3 = 27 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow 3^{30} \equiv 1 \pmod{13}$$

$$3^{31} + 3^{32} \equiv 12 \pmod{13} \Rightarrow 3^{32} \equiv 9 \pmod{13} \Rightarrow 3^{33} \equiv 3 \pmod{13}$$

۱۴۸ - باقیمانده تقسیم $2^{28} - 1$ بر ۲۹ برابر است با:

$$28 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$\Rightarrow 2^{14} \equiv 144 \pmod{29} \Rightarrow 2^7 \equiv 12 \pmod{29} \Rightarrow 2^5 = 32 \equiv 3 \pmod{29}$$

$$2^{28} \equiv (-1)^2 \pmod{29} \Rightarrow 2^{28} - 1 \equiv 0 \pmod{29}$$

۱۴۹ - باقیمانده تقسیم $5^{26} + 1$ بر عدد ۸ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$5^2 \equiv 1 \Rightarrow 5^{26} \equiv 1 \Rightarrow 5^{26} + 1 \equiv 2$$

۱۵۰ - اگر باقیمانده تقسیم عدد درست a بر ۷ و ۵ هر دو برابر ۳ باشد لازم

است؟

(۱) $a = 3$ باشد (۲) $a = 35$ باشد

(۳) $a - 3$ بر ۳۵ بخشپذیر باشد (۴) $a - 3$ بر ۲۴ بخشپذیر باشد

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا طبق فرض $a = 5k' + 3$ و $a = 7k + 3$

بنابراین

$5 \mid a - 3$ و $7 \mid a - 3$ و چون $(5, 7) = 1$ بنا بر $5 \times 7 \mid a - 3$ در نتیجه

$a - 3 = 35k''$ و نهایتاً $a - 3$ بر ۳۵ بخشپذیر است. توجه کنید که گزینه ۱

برای سؤال کافی است و نه لازم.

۱۵۱ - رقم یکان عدد $(486)^{182} + (89)^{889}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۵ (۳) صفر (۴) ۴

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا اگر عدد رقم سمت راستش ۶ باشد، آن عدد به

هر توانی که برسد باقیمانده‌اش بر ۱۰ همان ۶ است و اگر عددی با رقم سمت

راست ۹ به توان عدد زوج برسد، رقم سمت راستش ۱ خواهد شد و اگر به توان فرد برسد رقم سمت راستش ۹ است. بنابراین:

$$A = (۸۹)^{۸۸۹} + (۴۸۶)^{۱۸۲} \equiv (۹+۶) \Rightarrow A \equiv ۵$$

۱۵۲ - باقیمانده تقسیم عدد $(۱۴۴۸)^{۳۲n} + (۱۰۱۷)^{۲۵n}$ بر ۸ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۷

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$\begin{cases} ۱۴۴۸ \equiv ۰ \\ ۱۰۱۷ \equiv ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (۱۴۴۸)^{۳۲n} \equiv ۰ \\ (۱۰۱۷)^{۲۵n} \equiv ۱ \end{cases} \\ \Rightarrow (۱۴۴۸)^{۳۲n} + (۱۰۱۷)^{۲۵n} \equiv ۱$$

۱۵۳ - رقم یکان عدد $۳۴۰۵ + ۴۲۲۵ + ۵۱۸۱$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۴

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا همواره رقم سمت راست n^r و n^{rk+r} برابر

است داریم:

$$\begin{aligned} ۳۴۰۵ + ۴۲۲۵ + ۵۱۸۱ &= ۳۱۰۱ \times ۴ + ۱ + ۵۴۵ \times ۴ + ۱ + ۴۵۶ \times ۴ + ۱ \equiv ۳ + ۵ + ۴ \\ &\Rightarrow ۳۴۰۵ + ۴۲۲۵ + ۵۱۸۱ \equiv ۲ \end{aligned}$$

۱۵۴ - به ازای هر عدد صحیح n بزرگترین شمارنده مشترک اعداد $۸n + ۷$ و

$۵n + ۶$ عبارتست از:

۱ یا ۳ (۱) ۲ (۲) ۳ یا ۱ (۳) ۴ (۴) هیچکدام

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۱۵۵ - عددی بر ۳۶ و ۴۸ قابل قسمت است. در اینصورت بر کدامیک از اعداد زیر همواره قابل قسمت است؟

۹۶ (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۶۲ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا اگر عددی بر دو عدد a و b بخشپذیر باشد، آنگاه بر $[a, b]$ نیز بخشپذیر است. لذا عدد مذکور بر $[۳۶, ۴۸] = ۱۴۴$ بخشپذیر است.

۱۵۶ - اگر در تقسیمی ۹۰ واحد به مقسوم و ۴ واحد به مقسوم علیه اضافه شود خارج قسمت تغییر نمی‌کند اما از باقیمانده ۲ واحد کم می‌شود. در این تقسیم خارج قسمت را بیابید.

۹ (۱) ۲۳ (۲) ۲۶ (۳) ۳۲۱ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$a = bq + r \Rightarrow a - bq = r \Rightarrow a + 90 = (4 + b)q + r - 2 \Rightarrow a = 4q + bq + r - 92$$

$$a - bq = 4q + r - 92 \Rightarrow 4q + r - 92 = r$$

$$4q - 92 = 0 \Rightarrow 4q = 92 \Rightarrow q = 92 \div 4 = 23$$

۱۵۷ - ب.م.م دو عدد $a=2n+1$ و $b=3n+2$ برای هر n صحیح برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $n+1$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۱۵۸ - باقیمانده تقسیم 2^{22k+2} بر عدد ۷ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$2^3 \equiv 1 \Rightarrow 2^{22k} \equiv 1 \Rightarrow 2^{22k+2} \equiv 4$$

۱۵۹ - کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد ۸ و ۱۲ کدامیک از اعداد زیر است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۸ (۴) ۱۲

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا ک.م.م اعداد ۸ و ۱۲ برابر است

با: $2^3 \times 3 = 24$

۱۶۰ - کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد ۳۶ و ۵۴ کدامیک از اعداد زیر است؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۱۰۸ (۳) ۷۲ (۴) ۵۴

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا ک.م.م اعداد $۳۶ = ۲^۲ \times ۳^۲$ و $۵۶ = ۲ \times ۳^۳$ برابر ۱۰۸ است.

۱۶۱ - کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد $a^۳$ و a کدامیک از اعداد زیر است؟

۱ (۱) a (۲) $a^۲$ (۳) $a^۳$ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا ک.م.م a و $a^۳$ برابر $a^۳$ است.

۱۶۲ - اگر $a = 2n + 4$ و $b = 2n + 5$ در اینصورت (a, b) برابر است با:

۱ (۱) ۲ یا ۱ (۲)

۳ یا ۲ (۳) هیچکدام (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 2n+5 \\ d \mid 2n+4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} d \mid 2(2n+5) \\ d \mid 3(2n+4) \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid 2 \Rightarrow d = 2 \text{ یا } 1$$

۱۶۳ - اگر $(a, b) = 5$ و $[a, b] = 50$ آنگاه a و b برابرند با:

۱۰ و ۲۵ (۱) ۲ و ۵ (۲) ۳ و ۲۵ (۳) ۴ و ۲۰ (۴) هیچکدام

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۱۶۴ - اگر باقیمانده تقسیم عدد درست a بر ۴ و ۶ هر دو برابر ۳ باشد لازم

است:

(۱) $a=3$ باشد. (۲) $a=27$ باشد.

(۳) $a-3$ بر ۱۲ بخشپذیر باشد. (۴) $a-3$ بر ۲۴ بخشپذیر باشد.

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا $4 | a-3$ و $6 | a-3$ و چون $[4, 6] = 12$ در نتیجه ۱۲ همواره $a-3$ را خواهد شمرد.

۱۶۵ - باقیمانده تقسیم عدد $(183)^{16}$ بر عدد ۷ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

حل: گزینه ۴ صحیح است. $(183)^{16} \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 183^{\sqrt{}} \equiv 1$

۱۶۶ - کدامیک از معادلات همبستگی زیر جواب دارد؟

(۱) $2x \equiv 3 \pmod{4}$ (۲) $3x \equiv 4 \pmod{2}$

(۳) $4x \equiv 3 \pmod{2}$ (۴) $6x \equiv 1 \pmod{3}$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا معادله $ax \equiv b \pmod{m}$ وقتی دارای جواب است که $b | (a, m)$ لذا در گزینه ۲، $4 | (3, 2) = 1$ و این رابطه در گزینه‌های دیگر برقرار نیست.

۱۶۷ - رقم یکان عدد $(19)^{270}$ برابر است با:

(۱) ۹ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) هیچکدام

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا 2700 زوج است، لذا عدد 19 بتوان زوج می‌رسد و رقم راست (یکان) آن یک است.

۱۶۸ - اگر $a \in \mathbb{Z}$ در اینصورت بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک $a-2$ و $4a^2-5a-4$ برابر است با:

- (۱) یا ۲ (۲) یا ۳ (۳) یا ۴ (۴) یا ۲

حل: گزینه ۱ صحیح است. فرض کنید $d = (4a^2-5a-4, a-2)$ در

اینصورت $d | a-2$ یا $d | 4a^2-8a$ از طرفی $d | 4a^2-5a-4$ و لذا:

$$d | 4a^2-5a-4 - (4a^2-8a) = 3a-4$$

بنابراین $d = (3a-4) - 3(a-2) = -2$ یا $d = 1$ است.

۱۶۹ - عدد 71731 بر کدامیک از اعداد زیر قابل قسمت است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۹

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۱۷۰ - اگر در تقسیمی 136 واحد به مقسوم و 3 واحد به مقسوم‌علیه اضافه

کنیم خارج قسمت تغییر نمی‌کند، اما به باقیمانده یک واحد اضافه می‌شود. در

این تقسیم خارج قسمت برابر با کدامیک از اعداد زیر است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۴۵ (۳) ۶۳ (۴) ۷۲

حل: گزینه ۲ صحیح است. تقسیم را بصورت $a = bq + r$ در نظر می‌گیریم طبق فرض $a + ۱۳۶ = (b + ۳)q + r + ۱$ است. دو تساوی را از هم کم می‌کنیم

$$۳q = ۱۳۵$$

خواهد بود لذا $q = ۴۵$ است.

۱۷۱ - کدامیک از اعداد زیر نسبت به هر سه عدد $۶^۴$ و ۸۱ و ۱۲۵ متباین است؟

- ۱) ۱۴ ۲) ۲۱ ۳) ۲۵ ۴) ۴۹

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا اعداد $۶^۴$ و ۸۱ و ۱۲۵ عاملهای ۲ و ۳ و ۵ دارند. و عددی با هر سه عدد مذکور متباین است که عوامل ۲ و ۳ و ۵ نداشته باشد.

۱۷۲ - کوچکترین عددی را که باید در $۲^۳ \times ۳^۵ \times ۵^۲$ ضرب کرد تا حاصل مربع کامل شود، کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۳۰ ۳) ۲ ۴) ۳

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۱۷۳ - اگر $a = ۲^n$ و $b = ۳^{n+۱}$ و $N = ab$ باشد کوچکترین مضرب مشترک a و b کدام است؟

$$N(1) \quad \frac{N}{2}(2) \quad \frac{N}{3}(3) \quad \frac{N}{6}(4)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $(a, b) = 1$ لذا $[a, b] = ab = N$ است.

۱۷۴ - باقیمانده تقسیم عدد $2^{27} + 2$ بر ۸ برابر است با:

$$1(1) \quad 2(2) \quad 3(3) \quad 4(4)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $2^3 \equiv 0$ لذا $2^{27} \equiv 0$ و $2^{27} \times 2^{24} \equiv 2^{27}$ بوده و

$$2^{27} + 2 \equiv 2 \text{ است.}$$

۱۷۵ - اگر k عدد درست و مثبت باشد، باقیمانده تقسیم عدد

$$16^{6k+1} + 13^{6k+1}$$
 بر ۱۳ همواره برابر است با:

$$5(1) \quad 11(2) \quad 3(3) \quad 8(4)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا باقیمانده 13^{6k+1} در تقسیم بر ۱۳ صفر

می باشد. برای محاسبه باقیمانده 16^{6k+1} بر ۱۳ چون $16 \equiv 3$ کافی است

باقیمانده 3^{6k+1} را در تقسیم بر ۱۳ بیابیم:

$$3^3 = 27 \equiv 1 \Rightarrow 3^{6k} \equiv 1 \Rightarrow 3^{6k+1} \equiv 3$$

۱۷۶ - اگر بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین دو عدد A و B برابر ۱۸ و

کوچکترین مضرب مشترک این دو عدد ۴۳۲ باشد، A کدامیک از اعداد زیر

می تواند باشد؟

۷۲ (۴) ۳۶ (۳) ۱۰۸ (۲) ۵۴ (۱)

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۱۷۷ - بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک بین دو عدد ۳۶ و ۲۴ کدامیک از اعداد زیر است؟

۱۲ (۴) ۱۸ (۳) ۲۰ (۲) ۱۶ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا $۲۴ = ۲^۳ \times ۳$ و $۳۶ = ۲^۲ \times ۳^۲$ لذا $(۳۶, ۲۴) = ۱۲$ است. بزرگترین مقسوم‌علیه دو عدد m و n عبارتست از حاصلضرب عوامل مشترک دو عدد m و n با توان کمتر.

۱۷۸ - بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک بین دو عدد ۵۰ و ۷۵ کدامیک از اعداد زیر است؟

۲۵ (۴) ۳۰ (۳) ۳۵ (۲) ۴۵ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$(۵۰, ۷۵) = (۲ \times ۵^۲, ۳ \times ۵^۲) = ۵^۲ = ۲۵$$

۱۷۹ - بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک اعداد $۶a$ و $۴a$ کدام است؟

$۲a$ (۴) $۳a$ (۳) a (۲) $۴a$ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است. $(۶a, ۴a) = ۲a$

۱۸۰ - بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد $2k$ و $2k+1$ کدام است؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا دو عدد متوالی همواره نسبت به یکدیگر متباین هستند.

۱۸۱ - رقم یکان 3^{62} کدام است؟

- ۱ (۳) ۳ (۲) ۹ (۱) ۴ (هیچکدام)

حل: گزینه ۱ صحیح است. $3^{62} \equiv 9 \pmod{10} \Rightarrow 3^{60} \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 3^4 = 81 \equiv 1 \pmod{10}$

۱۸۲ - در معادله $2x+my=7$ مقدار m را کدامیک از مقادیر زیر انتخاب کنیم

تا معادله دارای جواب باشد؟

- ۱۰ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۷ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا باید $7 \mid (2, m)$ لذا باید $(2, m) = 1$ باشد.

۱۸۳ - به ازای کدام مقدار m معادله $4x+12y=2m$ در Z جواب دارد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا باید $2m \mid (4, 12)$ لذا $4 = (4, 12) \mid 2m$ قابل قبول است.

۱۸۴ - هرگاه در Z_{10} داشته باشیم $[7] = [x-1]$ در اینصورت جوابهای کلی x با شرط $k \in Z$ کدام است؟

- (۱) ۸
 (۲) $10k+8$
 (۳) $10k+7$
 (۴) هیچکدام

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۱۸۵ - هرگاه در Z_7 داشته باشیم $2x-6 \in [2]_7$ ، در اینصورت x چه عددی خواهد بود؟

- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) -۴
 (۴) -۶

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا در Z_7 گزاره $2x-6 \in [2]_7$ برقرار است. در نتیجه $2x-6 = 7k+2$ بنابراین $2x = 7k+8$ و چون $2x$ زوج است، $7k+8$ نیز زوج خواهد بود. لذا k زوج است یعنی $k=2t$ و بنابراین $x = 7t+4$ خواهد بود. البته از جایگذاری مقدار گزینه‌ها نیز می‌توان به این نتیجه رسید.

۱۸۶ - کدام همنهشتی زیر برقرار است؟

- (۱) (پیمانه ۱۶) $0 \equiv (-12)^8$
 (۲) (پیمانه ۸) $1 \equiv 18^4$
 (۳) (پیمانه ۸) $-1 \equiv 12^4$
 (۴) (پیمانه ۳۲) $-1 \equiv (-18)^{16}$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا ۱۲ عامل ۴ را دارد. لذا $(-12)^8$ عامل 4^8 را

دارد، در نتیجه بر ۱۶ بخشپذیر است.

۱۸۷ - باقیمانده تقسیم کدام عدد بر ۱۰ یک است؟

(۱) 696969 (۲) $129129129 + 1$

(۳) 149148148 (۴) $515151 - 1$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا 148^{148} عددی زوج است با توجه به پاسخ تست ۲۲۳ مسأله واضح است.

۱۸۸ - کدام عدد بر ۵ بخشپذیر است؟

(۱) 20125 (۲) 25027 (۳) 312426 (۴) $321300 + 1$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا فقط این گزینه عامل ۵ دارد.

۱۸۹ - کدام همنهشتی زیر برقرار است؟

(۱) $597^{97} \equiv 1 \pmod{2}$ (۲) $9642^{642} \equiv 0 \pmod{6}$

(۳) 2 و 1 (۴) $79^{70} + 1 \equiv 0 \pmod{3}$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$597 \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow 597^{97} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$9642 \equiv 0 \pmod{6} \Rightarrow 9642^{642} \equiv 0 \pmod{6}$$

۱۹۰ - باقیمانده تقسیم عدد $1304^{34n} + 217^{27n}$ بر ۸ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

$$7 \ (4) \quad 5 \ (3) \quad 1 \ (2) \quad 0 \ (1)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$1304 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow 1304^{272} \equiv 0 \pmod{4}$$

$$217 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 217^{272} \equiv 1 \pmod{4}$$

۱۹۱ - کدام عدد بر ۱۲۵ بخشپذیر است؟

$$6375^{5736} \ (1) \quad 624426 \ (2)$$

$$186678+1 \ (3) \quad 4 \ \text{هر سه} \ (4)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا 6375^{5736} عامل ۱۲۵ را دارد.

۱۹۲ - باقیمانده تقسیم عدد 155^{19} بر ۱۹ کدام عدد زیر می باشد؟

$$3 \ (4) \quad 2 \ (3) \quad 1 \ (2) \quad 0 \ (1)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا طبق قضیه فرما $155^{19} \equiv 155 \pmod{19}$ توجه کنید که

$(155, 19) = 1$ و چون $155 \equiv 3 \pmod{19}$ لذا باقیمانده تقسیم 155^{19} بر ۱۹ برابر ۳

است.

۱۹۳ - کدام همنهشتی زیر برقرار نیست؟

$$4676^3 \equiv 2 \pmod{3} \ (2) \quad 189753^{11} \equiv 3 \pmod{11} \ (1)$$

$$1359^5 \equiv 4 \pmod{5} \ (4) \quad 7465^{11} \equiv 0 \pmod{11} \ (3)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا باقیمانده تقسیم ۷۴۶۵ بر ۱۱ برابر باقیمانده تقسیم $-۴ = -۷ + ۴ - ۵$ بر ۱۱۱ است. لذا $۷ \equiv ۷۴۶۵ \pmod{۱۱}$ اکنون با توجه به نتیجه قضیه فرما $۷ \equiv ۷^{۱۱} \pmod{۱۱}$ لذا $۷ \equiv ۷۴۶۵^{۱۱} \pmod{۱۱}$

۱۹۴ - کدام عدد بر ۱۳ قابل قسمت است؟

۱۱! (۱) ۱۲! (۲) ۱۱!+۱ (۳) ۱۲!+۱ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا با توجه به قضیه «ویلسون»: $-۱ \equiv ۱۲! \pmod{۱۳}$ یا $۱۲!+۱ \pmod{۱۳}$ بخشپذیر است.

۱۹۵ - جواب معادله $۳x \equiv ۱ \pmod{۵}$ کدام است؟

$x = ۵k - ۲$ (۱) $x = ۵k + ۱$ (۲)
 $x = ۵k + ۲$ (۳) $x = ۵k - ۱$ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا $x = ۲$ یک جواب $۳x \equiv ۱ \pmod{۵}$ است در نتیجه جواب کلی بصورت $x = ۵k + ۲$ است.

۱۹۶ - باقیمانده تقسیم $۱۳^{۶n+۱} + ۱۲^{۶n+۱}$ بر ۷ کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $۱ = (۱۳, ۷) = (۱۲, ۷)$ با توجه به قضیه فرما $۱ \equiv ۱۲^۷ \pmod{۷}$ و $۱ \equiv ۱۳^۶ \pmod{۷}$ در نتیجه $۱ \equiv ۱۲^{۶n} \pmod{۷}$ و $۱ \equiv ۱۳^{۶n} \pmod{۷}$ لذا:

$$12^{6n+1} + 13^{6n+1} \equiv 12 + 13 \Rightarrow 12^{6n+1} + 13^{6n+1} \equiv 4$$

۱۹۷ - باقیمانده تقسیم $1! + 2! + \dots + 600!$ بر 120 کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۵ (۴) ۳۴

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا برای $k \geq 5$ عدد $k!$ عامل 120 را دارد لذا داریم:

$$1! + 2! + \dots + 600! \equiv (1 + 2 + 6 + 24 + 0) \equiv 33 \pmod{120}$$

۱۹۸ - رقم یکان 13721373 کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $2^4 \equiv 16$ اگر عدد سمت راستش ۶ باشد به هر توانی که برسد رقم سمت راستش ۶ خواهد بود. از طرفی چون $1372 \equiv 2 \pmod{10}$ کافی است 2^{1373} را بیابیم. داریم:

$$2^{1373} \equiv 2 \pmod{10} \Rightarrow 2^{1373} = 2^{443 \times 3 + 1} = (2^4)^{443} \times 2 \equiv 6 \times 2 \equiv 2 \pmod{10}$$

۱۹۹ - هرگاه $a, b \in \mathbb{Z}$ و $b | a$ آنگاه حاصل $([a, (a, b)], b)$ کدام است؟

- (۱) $|a|$ (۲) b (۳) $|b|$ (۴) ab

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$b | a \Rightarrow ([a, (a, b)], b) = ([a, |b|], b) = (|a|, b) = |b|$$

۲۰۰ - بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $n(n+1)(n+2)$ و

$$n(n+1)(n+2)(n+3)$$

(۱) برابر است با $n(n+1)(n+2)$ (۲) برابر ۶ است.

(۳) حداقل برابر ۶ است. (۴) حداقل برابر ۲۴ است.

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا بزرگترین مقسوم علیه مشترک برابر

$n(n+1)(n+2)$ است که این عدد حداقل دارای عامل ۶ می باشد.

۲۰۱ - رقم یکان عدد $4n^2 - n + 9n^3 - n$ برابر است با: ($n \neq 1, n \in \mathbb{N}$)

$$(1) 0 \quad (2) 6 \quad (3) 5 \quad (4) 7$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا هر دوی $n^2 - n$ و $n^3 - n$ زوج اند. رقم یکان

$4n^2 - n$ و $9n^3 - n$ به ترتیب برابر ۱ و ۶ است. لذا رقم یکان عدد مطلوب برابر ۷

است.

۲۰۲ - باقیمانده تقسیم عدد ۲۵۰۰ بر ۱۳ کدام است؟

$$(1) 8 \quad (2) 9 \quad (3) 10 \quad (4) 11$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا: $26 = 64 \equiv 13 - 1 \Rightarrow 2498 \equiv (-1)^{13} \pmod{13}$

$$2500 = 2498 \times 22 \equiv -4 \pmod{13} \Rightarrow 2500 \equiv 9 \pmod{13}$$

۲۰۳ - باقیمانده تقسیم عدد $7^{6n+2} + 7^{3n+1}$ بر ۱۹ برابر است با:

$$11 \text{ (۴)} \quad 18 \text{ (۳)} \quad 1 \text{ (۲)} \quad 7 \text{ (۱)}$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا $7^3 \equiv 1^{19}$ می باشد اکنون $7^{3n} \equiv 1^{19}$ و نیز $7^{6n} \equiv 1^{19}$ داریم:

$$7^{6n+2} + 7^{3n+1} \equiv 49 + 7 \equiv 18$$

۲۰۴ - هرگاه $a = 3n + 2$ و $b = 5n + 3$ در اینصورت کوچکترین مضرب مشترک a و b کدام است؟

$$15n^2 + 19n + 6 \text{ (۲)} \quad 15n + 6 \text{ (۱)}$$

$$15n + 9 \text{ (۴)} \quad 1 \text{ (۳)}$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا دو عدد نسبت به هم اولند. پس:

$$[a, b] = ab = (3n + 2)(5n + 3) = 15n^2 + 19n + 6$$

۲۰۵ - کدام یک از مجموعه‌های زیر یک دستگاه کامل مانده‌ها به پیمانه ۶ است؟

$$\{0, 1, 6, 7, 8\} \text{ (۱)}$$

$$\{0, 2, 4, 6, 8, 9\} \text{ (۲)}$$

$$\{0, 9, 13, 8, 17, 16\} \text{ (۳)}$$

$$\{0, 3, 5, 7\} \text{ (۴)}$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۲۰۶ - اگر در Z_m و $[3x+4] = [3x+10]$ مجموعه جواب m کدام است؟ ($m \neq 0$)

(۱) $\{2, 6\}$ (۲) $\{2, 3\}$

(۳) $\{2, 3, 6\}$ (۴) $\{3, 6\}$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۲۰۷ - جواب معادله همنهشتی $x^{11} + x^{55} - x^{101} \equiv 0 \pmod{3}$ کدام است؟

(۱) $x \equiv 1 \pmod{3}$ (۲) $x \equiv 2 \pmod{3}$

(۳) $x \equiv 0 \pmod{3}$ (۴) $x \equiv 0 \pmod{10}$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۲۰۸ - عدد $A = \overline{abcabc}$ همواره بر کدامیک از اعداد زیر بخشپذیر است؟

(۱) ۲۱ (۲) ۷ و ۱۱

(۳) ۸ و ۱۲ (۴) ۴ و ۸

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $0 = \overline{abc} - \overline{abc}$ لذا باقیمانده $A = \overline{abcabc}$

در تقسیم بر ۷ برابر صفر است همچنین $A = \overline{abcabc}$ بر ۱۱ نیز بخشپذیر است.

۲۰۹- در مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 3\}$ عضو ابتدا و انتها بترتیب عبارتند از:

(۱) ۳- و ۳ (۲) ابتدا ندارد و ۳

(۳) ابتدا ندارد و $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 3\} = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ بنابراین $\sqrt{3}$ عضو انتها است و $-\sqrt{3}$ عضو ابتدا است.

۲۱۰- در مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > \sqrt{5}\}$ عضو ابتدا و انتها به ترتیب عبارتند از:

(۱) ۳ و انتها ندارد. (۲) ابتدا و انتها ندارد.

(۳) ۲ و انتها ندارد. (۴) $\sqrt{5}$ و انتها ندارد.

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > \sqrt{5}\} = \{3, 4, 5, \dots\}$ بنابراین ابتدا برابر ۳ و عضو انتها ندارد.

۲۱۱- دو رقم سمت راست عدد 7^{53} کدام است؟

(۱) ۵۱ (۲) ۴۹ (۳) ۰۱ (۴) ۰۷

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$7^4 = 2401 \equiv 1 \pmod{100} \Rightarrow (7^4)^{13} = 7^{52} \equiv 1$$

$$\Rightarrow 7^{53} \equiv 7$$

۲۱۲ - باقیمانده تقسیم عدد 22500 بر 13 کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۲ (۴) ۳

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$\begin{aligned} 22 &\equiv 13 - 4 \Rightarrow 22^3 \equiv -64 \Rightarrow 22^3 \equiv -1 \Rightarrow 22^{498} \equiv 1 \\ &\Rightarrow 22500 = 22^{498} \times 22^2 \equiv 1 \times (-4)^2 \Rightarrow 22500 \equiv 3 \end{aligned}$$

۲۱۳ - باقیمانده تقسیم عدد 7^{991} بر 31 برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۷

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا 31 عددی اول بوده و $(7, 31) = 1$ از قضیه

فرما داریم: $7^{30} \equiv 1 \Rightarrow 7^{990} \equiv 1 \Rightarrow 7^{991} \equiv 7$

۲۱۴ - رقم یکان عدد حاصل از $4^{101} + 3^{101} + 2^{101} + 1^{101}$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا اولاً عدد مذکور زوج است و ثانیاً اگر عدد را

بصورت $4^{101} + 3^{101} + 2^{101} + 1^{101}$ بنویسید و دو عبارت را تجزیه کنید عدد بر

۵ بخش پذیر است.

۲۱۵ - رقم یکان $9^{1995} + \dots + 3^{1995} + 2^{1995} + 1^{1995}$ برابر است با:

۰ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا اگر n عددی فرد باشد، $a^n + b^n + \dots + k^n$ را می‌توان بصورت حاصلضرب $(a+b+\dots+k)$ و یک عبارت دیگر نوشت. چون رقم سمت راست $۹+۸+\dots+۱=۴۵$ برابر ۵ است، و عبارت کلی داده شده فرد است لذا رقم سمت راستش ۵ است.

۲۱۶ - باقیمانده تقسیم عدد $۱ + ۱۰^{۳۱} + ۱۰^{۶۲}$ بر ۱۱۱ برابر است با:

۰ (۱) ۱ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۰ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا باقیمانده $۱۰^۳$ در تقسیم بر ۱۱۱ برابر ۱ است لذا باقیمانده $۱۰^{۳۰}$ و $۱۰^{۶۰}$ نیز در تقسیم بر ۱۱۱ چنین هستند و داریم:

$$۱۰^{۶۲} + ۱۰^{۳۱} + ۱ \equiv ۱ \pmod{111} \Rightarrow ۱۰^{۶۲} + ۱۰^{۳۱} + ۱ \equiv ۱ \pmod{111}$$

۲۱۷ - رقم یکان $\frac{۹۹^{۹۹} + ۹۹^{۹۷} + ۹!}{۹}$ کدام است؟

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۹ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا رقم یکان $\frac{۹!}{۹}$ و $\frac{۹۹^{۹۷}}{۹}$ و $\frac{۹۹^{۹۹}}{۹}$ به ترتیب ۰ و ۱ و ۱ است.

۲۱۸ - به ازای کدام مقدار m معادله $m = ۲۶y + ۱۳x$ در Z جواب دارد؟

۲۶ (۱) ۴۸ (۲) ۳۸ (۳) ۰ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا باید

$$m | (26, 13) \Leftrightarrow m | 13 = (26, 13), \text{ در گزینه‌ها فقط گزینه (۱)}$$

است که مضربی از ۱۳ است.

۲۱۹ - کوچکترین عدد صحیح مثبت که چون بر ۴۸ و ۳۰ تقسیم شود،

باقیمانده برابر ۵ شود کدام است؟

(۱) ۲۳۰ (۲) ۲۳۵ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۴۵

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا اگر چنین اعدادی را n فرض کنیم در اینصورت

$$48 | n-5 \text{ و } 30 | n-5 \text{ لذا } 240 | n-5 = [48, 30] \text{ و لذا } n = 240k + 5$$

کوچکترین این اعداد ۲۴۵ است.

۲۲۰ - حاصل ضرب شمارنده‌های مثبت عدد ۲۸ کدام است؟

(۱) 28^3 (۲) 28^4 (۳) 28^5 (۴) 28^6

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا شمارنده‌های ۲۸ به ترتیب عبارتند از:

$$1 \text{ و } 2 \text{ و } 4 \text{ و } 7 \text{ و } 14 \text{ و } 28$$

۲۲۱ - تعداد مقسوم علیه‌های مثبت و متمایز 30^4 به استثنای ۱ و 30^4 برابر

است با:

(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۲۳ (۳) ۱۲۵ (۴) ۳۰

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا تعداد شمارنده‌های مثبت عدد $n = p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}$ که بصورت $T(n)$ نشان می‌دهیم از رابطه $T(n) = (\alpha_1 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$ محاسبه می‌شود در سؤال اخیر $n = 30^4 = 2^4 \times 3^4 \times 5^4$ است و

$$T(n) = (4 + 1)(4 + 1)(4 + 1) = 125$$

و چون شمارنده‌های غیر از خود 30^4 و ۱ منظور است این تعداد ۱۲۳ است.

۲۲۲ - هرگاه سال نو با روز چهارشنبه آغاز شود، در این سال ۱۵ آبان چه روزی است؟

(۱) دوشنبه (۲) سه شنبه (۳) چهارشنبه (۴) پنجشنبه

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا روز ۱۵ آبان ۲۳۱ امین روز سال است و $231 \equiv 0 \pmod{7}$ است. در نتیجه روز مورد نظر سه شنبه می‌باشد.

۲۲۳ - جواب معادله همنهشتی $x^2 + x \equiv 2 \pmod{3}$ کدام است؟

$$x = 3k + 1 \quad (1) \quad x = 6k + 1 \quad (2)$$

$$x = 3k + 2 \quad (3) \quad x = 6k + 2 \quad (4)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا: $x^2 + x = 3k' + 2 \Rightarrow x = 3k + 1$

۲۲۴ - اگر a و b و c مضرب ۳ نباشند، آنگاه $a^4 + b^4 + c^4$ بر کدامیک از اعداد

زیر بخش پذیر است؟

$$6 \quad (4) \qquad 5 \quad (3) \qquad 4 \quad (2) \qquad 3 \quad (1)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا طبق قضیه فرما $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ در نتیجه:

$$\begin{cases} a^2 \equiv 1 \Rightarrow a^4 \equiv 1 \\ b^2 \equiv 1 \Rightarrow b^4 \equiv 1 \\ c^2 \equiv 1 \Rightarrow c^4 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 \equiv 3 \pmod{5}$$

۲۲۵ - عدد ۴۲۰ را به چند صورت می توان بصورت ضرب دو عدد نسبت به

هم اول نوشت؟

$$20 \quad (4) \qquad 16 \quad (3) \qquad 8 \quad (2) \qquad 4 \quad (1)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا اگر $n = p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}$ باشد تعداد تجزیه های

n برابر 2^k است و تعداد تجزیه های متباین n برابر 2^{k-1} است.

$$420 = 25 \times 3 \times 5$$

۲۲۶ - اگر p عدد اول و m عدد طبیعی باشد بطوریکه $2 \leq m < p$ بزرگترین

مقسوم علیه مشترک $p!$ و p^m کدام است؟

$$\frac{1}{2}(p-1) \quad (4) \qquad 2p \quad (3) \qquad p \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$d = p \Leftrightarrow d \mid 1 \times \dots \times p \Leftrightarrow (p^2, p!) = d$$

۲۲۷- اگر a و b و c اعدادی صحیح باشند آنگاه گزاره

$$(ca, cb) = c(a, b)$$

(۱) همواره درست است.

(۲) وقتی درست است که $c > 0$ و b و a ناصفر باشند.

(۳) وقتی درست است که $c > 0$ باشد.

(۴) وقتی درست است که a و b و c صفر نباشند.

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا اگر $c > 0$ و b و a ناصفر باشند همواره داریم:

$$(ca, cb) = c(a, b)$$

۲۲۸- اگر ب.م.م و ک.م.م دو عدد صحیح a و b را بترتیب با نماد (a, b) و

$[a, b]$ نشان دهیم حاصل $([a^2, a], [a, b])$ کدام است؟

(۱) $|a|$ (۲) a (۳) b (۴) $|b|$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا

$$([a^2, a], [a, b]) = (|a|, [a, b]) = |a|$$

۲۲۹- در تقسیم عدد a بر ۵۱ خارج قسمت $\frac{1}{4}$ باقیمانده تقسیم می‌باشد. در

اینصورت a بر کدامیک از اعداد زیر بخشپذیر است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا $a = 51q + r$ و $r = 4q$ لذا $a = 55q$ است.

۲۳۰- اگر ب.م.م و ک.م.م دو عدد صحیح a و b را بترتیب با نماد (a, b) و $[a, b]$ نشان دهیم حاصل (a, b) , $[a, b]$ کدام است؟

(۱) $b+a$ (۲) (a, b)

(۳) $[a, b]$ (۴) هیچکدام

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا که همواره $[a, b]$ بر (a, b) بخشپذیر است.

۲۳۱- چند زوج عدد طبیعی هست که بزرگترین شمارنده آنها ۴ و کوچکترین مضرب مشترک آنها ۴۰ می باشد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۲۳۲- اگر دو عدد $a+1$ و $2a-1$ رقم یکان مساوی داشته باشند، رقم یکان $4a+9$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) ۱

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا از رابطه $a+1 \equiv 2a-1 \pmod{10}$ باقیمانده $4a+9$ را می یابیم.

۲۳۳- بزرگترین عدد صحیحی که اگر آن را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم باقیمانده آن با

توان سوم خارج قسمت مساوی است کدامست؟

- ۱) ۱۰۱ (۲) ۲۰۸ (۳) ۴۶۴ (۴) ۸۶۸

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا تقسیم بصورت $a = 100q + q^3$ است. با شرط $0 \leq q^3 < 100$ بیشترین مقدار a به ازای بیشترین مقدار q یعنی $q = 4$ حاصل می شود.

۲۳۴ - باقیمانده عددی دو رقمی بر ۲ و ۵ و ۷ به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ است. رقم یکان این عدد کدام است؟

- ۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۷

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا طبق فرض عدد به صورت $10k + 2$ و $5k' + 3$ است لذا از فرض اول و دوم بترتیب رقم یکان فرد است و رقم یکان ۲ یا ۷ است. در نتیجه رقم یکان ۷ است.

۲۳۵ - در یک تقسیم باقیمانده ۱۷ و خارج قسمت ۵ است. حداکثر چند واحد می توان به مقسوم علیه اضافه کرد تا خارج قسمت تغییر نکند؟

- ۱) ۱۷ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا تقسیم بصورت $a = 5b + 17$ است. آنرا بصورت $a = 5(b+3) + 2$ می نویسیم.

۲۳۶- اگر باقیمانده تقسیم a بر b برابر r شود. و باقیمانده تقسیم $a+30$ بر $b+2$ برابر با $r+2$ شده و خارج قسمت این دو عدد مساوی باشند خارج قسمت کدام است؟

$$11(1) \quad 12(2) \quad 13(3) \quad 14(4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا دو رابطه $a=bq+r$ و $(b+2)q + r+2 = a+30$ را از هم کم می‌کنیم.

۲۳۷- اگر a مضرب ۲۴ و b مضرب ۱۶ باشد، باقیمانده تقسیم a بر b مضربی است از:

$$6(1) \quad 8(2) \quad 12(3) \quad 48(4)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا باقیمانده مضربی از $8 = (16, 24)$ می‌باشد.

۲۳۸- رقم سمت راست عدد 2^{3^5} برابر است با:

$$2(1) \quad 4(2) \quad 6(3) \quad 8(4)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $2^6 \equiv 6 \pmod{10}$ ، باید باقیمانده تقسیم 3^4 بر ۴ را بیابید

$$\Rightarrow 2^6 \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow 2^5 \equiv 2 \pmod{10} \Rightarrow 2^4 \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow 2^3 \equiv 8 \pmod{10} \Rightarrow 2^2 \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow 2^1 \equiv 2 \pmod{10}$$

$$2^{3^4} = 2^{4k+1} \equiv 6 \times 2 \Rightarrow 2^{3^4} \equiv 2$$

۲۳۹ - چند عدد مثبت کوچکتر از ۵۴ وجود دارد که نسبت به ۵۴ متباین باشد؟

- ۱۸ (۴) ۱۷ (۳) ۱۶ (۲) ۱۵ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا

$$\varphi(54) = \varphi(3^3 \times 2) = 54 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 18$$

۲۴۰ - در صورتیکه در Z_9 داشته باشیم $[6] = [3x]$ مجموعه جواب $[x]$

کدام است؟

- $\{3k+1 \mid k \in Z\}$ (۲) $\{3k+2 \mid k \in Z\}$ (۱)
 $\{9k+3 \mid k \in Z\}$ (۴) $\{9k+6 \mid k \in Z\}$ (۳)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$3x \equiv 6 \Rightarrow x \equiv 2 \Rightarrow x = 3k+2$$

۲۴۱ - باقیمانده تقسیم $2^{5n+3} - 1$ بر ۳۱ کدام است؟ ($n \in N$)

- ۱۱ (۴) ۷ (۳) ۸ (۲) ۳ (۱)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$25 \equiv 1 \Rightarrow 2^{5n+3} \equiv 8 \Rightarrow 2^{5n+3} - 1 \equiv 7$$

۲۴۲ - باقیمانده $10^n - 9^n - 19^n$ بر ۹۰ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۱۹ (۴) ۸۹

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا عدد 19^n را بصورت $(10+9)^n$ نوشته و بسط دهید. براحتی می توان دید که عدد $10^n - 9^n - 19^n$ همواره بر ۱۰ و ۹ بخشپذیر است. لذا بر ۹۰ که ک.م.م ۹ و ۱۰ است نیز بخشپذیر خواهد بود.

۲۴۳ - باقیمانده $7^{2n+2} + 7^{2n}$ بر ۵۰ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) ۱ (۲) ۴۹ (۳) ۰ (۴) ۷

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا: $7^{2n} \equiv (-1)^n \pmod{50}$

$$7^{2n} \times 7^2 + 7^{2n} \equiv (-1)^n \times 49 + (-1)^n$$

$$(-1)^n (49+1) = (-1)^n \times 50 \equiv 0$$

۲۴۴ - عدد $14^{2n} + 5$ وقتی که n زوج باشد همیشه بر کدام عدد بخشپذیر است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$14^2 \equiv -1 \Rightarrow 14^{2n} \equiv 1 \Rightarrow 14^{2n} + 5 \equiv 0$$

۲۴۵ - اگر $S = (1!) + (2!) + \dots + (19!)$ رقم یکان عدد S^2 کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا به ازای $k \geq 5$ همواره $k!$ عامل ۱۰ دارد. لذا

داریم:

$$S = (1!) + (2!) + \dots + (19!) \equiv (1! + 2! + 3! + 4! + \dots) \Rightarrow$$

$$S \equiv 33 \Rightarrow S \equiv 3 \Rightarrow S^2 \equiv 9$$

۲۴۶ - بزرگترین شمارنده دو عدد مثبت ۱۵ و کوچکترین مضرب مشترک آنها ۹۰ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

۹۵ (۴) ۸۵ (۳) ۷۵ (۲) ۶۵ (۱)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا

$$\begin{cases} (a,b)=d=15 \\ [a,b]=c=90 \end{cases}$$

$$\exists a', b' : a=15a', b=15b', (a',b')=1$$

از طرفی $ab = a,b$ است لذا $15a' \cdot 15b' = 90 \times 15$

و در نتیجه $a'b' = 6$ لذا دو حالت زیر می تواند وجود داشته باشد:

$$\begin{cases} a'=1 \\ b'=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=15 \\ b=90 \end{cases} \Rightarrow a+b=105$$

$$\begin{cases} a'=2 \\ b'=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=30 \\ b=45 \end{cases} \Rightarrow a+b=75$$

۲۴۷ - رقم سمت راست 2^{2^n} با شرط $n > 1$ کدام است؟

۱ (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا اگر بجای n قرار دهیم داریم: $2^2 \equiv 2^2 + 1 \pmod{4}$

۲۴۸- اگر $r^2a + s^2b = d$ و $(a,b)=d$ کدام درست است؟

$$(a^2, b^2) = (r, s)^2 \quad (1) \quad (a, b) = (r, s) \quad (2)$$

$$(r, s) = 1 \quad (3) \quad (a^2, b^2) = d^2 \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا $r(ra) + s(s^2b) = 1 \Rightarrow (r, s) = 1$

۲۴۹- اگر باقیمانده عدد A بر ۳۷ برابر ۲۳ باشد باقیمانده عدد $3A - 2$ بر ۳۷

کدام است؟

$$26 \quad (4) \quad 20 \quad (3) \quad 17 \quad (2) \quad 6 \quad (1)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$A \equiv_{37} 23 \Rightarrow 3A - 2 \equiv_{37} 69 - 2 \Rightarrow 3A - 2 \equiv_{37} 6$$

۲۵۰- اگر x و y جوابهای همبستگی $11x + 9y = 18$ باشد $x+y$ کدام است؟

$$3 - 3k \quad (4) \quad 2 - 3k \quad (3) \quad 3 - 2k \quad (2) \quad 2 - 2k \quad (1)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $18 \mid 11x + 9y = 18$ معادله جواب دارد. اگر

معادله را بصورت $11x = 18 - 9y$ بنویسیم. چون $9 \mid 18 - 9y$ لذا $9 \mid 11x$ و

چون $1 = (9, 11)$ لذا $9 \mid x$ در نتیجه $x = 9k$ بنابراین داریم:

$$11 \times 9k = 18 - 9y \Rightarrow y = 2 - 11k \Rightarrow x + y = 9k + 2 = 2 - 2k$$

۲۵۱- عدد ۲۰۹ به کدام دسته همبستگی به پیمان ۱۲ تعلق دارد؟

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا: $[-9] (1) \quad [7] (2) \quad [-7] (3) \quad [0] (4)$
 $-209 \stackrel{12}{\equiv} -5 \Rightarrow -209 \stackrel{12}{\equiv} 7$

۲۵۲ - کدام مجموعه با نسبت \leq خوش ترتیب است؟

(۱) $\{x: x \in R, 1 \leq x \leq 2\}$

(۲) مجموعه اعداد منطقی

(۳) مجموعه اعداد صحیح و مثبت

(۴) $\{x: x \in R, x \geq -1\}$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا مجموعه اعداد صحیح و مثبت همان N است که خوش ترتیب است.

۲۵۳ - می‌دانیم $(345, 184) = 23$ ؛ اگر $345r + 184s = 23$ باشد، $r+s$ چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$345r + 184s = 23 \Rightarrow 15r + 8s = 1 \Rightarrow r = -1, s = 2 \Rightarrow r+s = 1$$

۲۵۴ - a و b دو عدد طبیعی است و $a^2 = b^2 + 65$ ، مقدار a کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا $a^2 = b^2 + 65$ لذا $a^2 - b^2 = 65$ می باشد
و چون $65 = 5 \times 13$ تساوی $(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = 13 \times 5$ را خواهیم
داشت. لذا $a^2 - b^2 = 5$ و $a^2 + b^2 = 13$ می باشد از دو معادله اخیر
 $a = 3$ خواهد بود.

۲۵۵ - اگر b فرد باشد و $a | b$ بزرگترین مقسوم علیه مشترک $18ab$ و $12a^2$
کدام است؟

- (۱) a^2 (۲) $6ab$ (۳) $6a^2$ (۴) $6b^2$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا b فرد است و $a | b$ لذا a نیز فرد خواهد بود
داریم: $(12a^2, 18ab) = 6a^2$

۲۵۶ - باقیمانده تقسیم عدد $8^{12} + 7^{12} + 6^{12} + 5^{12}$ بر عدد ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا با توجه به قضیه فرما هر چهار عدد
 8^{12} و 7^{12} و 6^{12} و 5^{12} به پیمانه ۱۳ با یک همنهشت می باشند لذا باقیمانده
 $8^{12} + 7^{12} + 6^{12} + 5^{12}$ بر ۱۳ برابر ۴ است.

۲۵۷ - بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۲۳ و کوچکترین مضرب مشترک

آنها ۲۰۹۳ است، عدد بزرگتر کدام است؟

۲۵۳ (۱) ۲۹۹ (۲) ۳۹۱ (۳) ۴۳۷ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا اگر دو عدد را a و b در نظر بگیریم
 $(a, b) = ۲۳$ و $[a, b] = ۲۰۹۳$ می باشد لذا اعداد a' و b' موجودند
 بطوریکه $a = ۲۳a'$ و $b = ۲۳b'$ داریم:

$$a, b = ab = ۲۳^2 a' b' \Rightarrow a' b' = ۹۱ = ۷ \times ۱۳$$

$$\Rightarrow a' = ۱ \text{ یا } b' = ۹۱ \text{ یا } a' = ۷ \text{ و } b' = ۱۳ \Rightarrow$$

$$a = ۲۳, b = ۲۰۹۳ \text{ یا } a = ۱۶۱, b = ۲۹۹$$

۲۵۸ - کدام دو عدد در همنهشتی (پیمانه ۱۲) $a \equiv b$ صادقند؟

۶۳ و ۲۰ (۱) ۱۲ و ۲۳ (۲)

۵۹ و ۲۳ (۳) ۲۴ و ۵۹ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا $۵۹ - ۲۳ = ۳۶ = ۳ \times ۱۲$

۲۵۹ - باقیمانده تقسیم عدد $۲^{۳۲}$ بر ۱۷ کدام است؟

۱۶ (۱) ۱۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا $۲^{۳۲} \equiv ۱ \pmod{۱۷} \Rightarrow -۱ \equiv ۱۶ \pmod{۱۷}$

۲۶۰ - جواب کلی معادله همنهشتی $۱ \equiv ۷۳x \pmod{۲۲}$ کدام است؟

$$x = 23k + 6 \quad (2)$$

$$x = 23k + 1 \quad (1)$$

$$x = 23k + 5 \quad (4)$$

$$x = 23k + 2 \quad (3)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۲۶۱- اگر $2^n + 1$ عددی اول باشد n کدام است؟

$$256 \quad (4)$$

$$192 \quad (3)$$

$$156 \quad (2)$$

$$112 \quad (1)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا هرگاه عدد $2^n + 1$ که فرما نام دارد اول باشد آنگاه

n قوایی از ۲ است. برای اثبات مطلب اخیر اولاً اگر n فرد باشد آنگاه $2^n + 1$

مضربی از ۳ بوده و اول نیست لذا n زوج است. بعلاوه اگر $n = 2^k n'$ باشد

که n' عددی فرد است در اینصورت $n' = 1$ می باشد در غیر اینصورت عدد

$2^n + 1$ بصورت

$$2^n + 1 = (2^{2^k})^{n'} + 1 = (2^{2^k} + 1)((2^{2^k})^{n'-1} + \dots + 1)$$

تجزیه می شود لذا n باید قوایی از ۲ باشد تا $2^n + 1$ اول باشد.

۲۶۲- اگر $r = (91, 63)$ و $r = 91a + 63b$ ، $a+b$ کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا $r = (91, 63) = 7$ و

$$91a + 63b = 7 \quad \text{بنابراین} \quad r = 91a + 63b = 7 \quad \text{در نتیجه} \quad 91a + 63b = 7$$

$$a = -2$$

می باشد لذا

$$a + b = 1 \quad \text{و} \quad b = 3$$

۲۶۳- اگر $(\text{بیمانه } ۱۷) a \equiv ۵ \times ۸^{۱۶} - ۷^{۳۲}$ آنگاه a کدام است؟

- ۷ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا با توجه به قضیه فرما $۱ \equiv ۷^{۱۶} \pmod{۱۷}$ و $۱ \equiv ۸^{۱۶} \pmod{۱۷}$ لذا داریم: $۱ \equiv ۷^{۳۲} \pmod{۱۷}$ و $۵ \equiv ۵ \times ۸^{۱۶} \pmod{۱۷}$ اگر طرفین دو همنهشتی را از یکدیگر کم کنیم $-۴ \equiv ۷^{۳۲} - ۵ \times ۸^{۱۶} \pmod{۱۷}$ بنابراین $a = ۱۳$ است توجه شود که باقیمانده همواره نامنفی است.

۲۶۴- اگر a و b و c اعداد طبیعی باشند، کدام گزاره نادرست است؟ (نمادهای (a,b) و $[a,b]$ به ترتیب بزرگترین شمارنده و کوچکترین مضرب مشترک a و b است.)

$$(a,b)[a,b] = |ab| \quad (۱)$$

$$(a,b,c)[a,b,c] = |abc| \quad (۲)$$

$$(a^n, b^n) = d^n, \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{اگر } (a,b) = d \quad (۳)$$

$$k < ۰, \quad (ka, kb) = kd \Rightarrow (a,b) = d \quad (۴)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است اگر فرض کنیم که $a = b = c = ۲$ یک مثال نقض خواهیم یافت زیرا داریم

$$a = b = c = ۲ \Rightarrow (۲, ۲, ۲)[۲, ۲, ۲] = ۲ \times ۲ = ۴$$

$$\text{ولی: } abc = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

۲۶۵ - حاصلضرب دو عدد ۲۱۶۰ و بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن دو عدد ۱۲ می باشد. عدد کوچکتر کدام است؟ (اعداد مضرب یکدیگر نیستند).

$$۲۴ (۱) \quad ۳۰ (۲) \quad ۳۶ (۳) \quad ۴۸ (۴)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا

$$ab = ۲۱۶۰ \Rightarrow a'b'd^2 = ۲۱۶۰ \Rightarrow a'b' = ۳ \times ۵ \Rightarrow$$

$$a' = ۳ \text{ و } d = ۱۲ \Rightarrow a = a'd = ۳۶$$

۲۶۶ - باقیمانده تقسیم عدد $۲^{۳۱} + ۳^{۳۱} + ۴^{۳۱}$ بر ۷ برابر است با:

$$۰ (۱) \quad ۲ (۲) \quad ۳ (۳) \quad ۴ (۴)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا:

$$۲^۳ \equiv ۱ \Rightarrow ۲^{۳۰} \equiv ۱ \Rightarrow ۲^{۳۱} \equiv ۲$$

$$۳^۳ \equiv -۴ \Rightarrow ۳^{۳۱} \equiv -۴^{۳۱} \Rightarrow ۳^{۳۱} + ۴^{۳۱} \equiv ۰$$

$$\Rightarrow ۲^{۳۱} + ۳^{۳۱} + ۴^{۳۱} \equiv ۲$$

۲۶۷ - در رابطه (پیمانه ۲۰) $۳۶ - ۳a \equiv 9a$ عدد a به کدام صورت است؟

$$۵k + ۳ (۱) \quad ۵k + ۱ (۲) \quad ۴k + ۳ (۳) \quad ۹k + ۱ (۴)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$9a \equiv ۳۶ - ۳a \Rightarrow ۱۲a \equiv ۳۶ \stackrel{(۱۲ \times ۲۰) = ۴ \times ۵}{\Rightarrow} a \equiv ۳ \Rightarrow a = ۵k + ۳$$

۲۶۸- اگر $5x + 4y = 3$ باشد آنگاه مقدار y در x به کدام صورت است؟

(۱) $3k + 1$

(۲) $3k - 1$

(۳) $9k - 3$

(۴) $9k + 1$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$5(x - y) + 9y = 3 \Rightarrow 5(x - y) \equiv 3 \equiv -15 \Rightarrow$$

$$x - y \equiv -3 \Rightarrow x - y = 9k - 3$$

۲۶۹- کدام مجموعه مرتب خوش ترتیب است؟

(۱) (N, \leq)

(۲) (Q, \leq)

(۳) (Z, \leq)

(۴) (R, \leq)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا بنا بر اصل خوش ترتیبی فقط (N, \leq) خوش ترتیب است.

۲۷۰- اگر $\{-1, 3, 11, 2, 15, 12, 21\}$ یک دستگاه کامل مانده‌ها در

Z_7 باشد، عضو خنثی عمل ضرب در Z_7 کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۱۵

(۴) ۲۱

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا عضو خنثی برای مجموعه Z_m ، عدد یک یا هر

عدد همنهشت با یک است در مجموعه داده شده چون $15 = 2 \times 7 + 1$ پس ۱۵

عضو خنثی برای عمل ضرب است.

۲۷۱ - باقیمانده عدد $9 - 3^{31}$ بر عدد ۴۱ کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$3^4 = 81 \equiv -1 \Rightarrow (3^2)^7 \equiv (-1)^7$$

$$\Rightarrow 3^{28} \equiv -1 \Rightarrow 3^{28} \times 3^3 \equiv -27$$

$$3^{31} \equiv -27 \Rightarrow 3^{31} - 9 \equiv 5$$

۲۷۲ - معادله همنهشتی (پیمانه ۱۵) $5a \equiv 42x$ به ازای کدام مقدار a در

مجموعه Z جواب دارد؟

۲ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا معادله $42x \equiv 5a$ را می توان بصورت

$$(42x - 5a) = 15k \text{ یا } 15k - 42x = 5a = 3(5k - 14x) \text{ نوشت.}$$

چون ۳ سمت چپ تساوی اخیر را می شمارد. پس $3 | 5a$ و چون

$$1 = (3, 5) | a \text{ بنابراین } 3 | a \text{ از بین گزینه ها } a = 9 \text{ یعنی گزینه (۴) این شرط}$$

را دارد.

۲۷۳ - اگر مجموعه A یک دسته کامل همنهشتی به پیمانه ۶ باشد، به ازای

کدام مقدار a مجموعه $\{ ax+4 : x \in Z \}$ یک دسته کامل در این همنهشتی

است

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا باید $(a, 6) = 1$ بنابراین $a = 5$ قابل قبول است.

۲۷۴ - مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی که مضرب ۱۱ بوده و مربع آن بر ۳۱۵ بخشپذیر باشد، کدام است؟

۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $315 = 5 \times 3^2 \times 7$ کوچکترین عددی که مربع آن بر ۳۱۵ قابل قسمت است $5 \times 3 \times 7$ می باشد و کوچکترین عددی که مضرب ۱۱ می باشد و مربع آن بر ۳۱۵ بخشپذیر باشد $5 \times 3 \times 7 \times 11$ یا ۱۱۵۵ می باشد که مجموع ارقام آن ۱۲ می باشد.

۲۷۵ - اگر a عدد اول بزرگتر از ۳ باشد با کدام پیمانانه گزاره $[a^2] = [1]$ همیشه درست نیست؟

۸ (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا به ازای $a = 5$ و $m = 16$ رابطه $1 \equiv 16 \pmod{25}$ حاصل می شود که نادرست است.

۲۷۶- اگر کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{ma+nb \mid \mu, n \in \mathbb{Z}\}$ عدد c باشد بزرگترین شمارنده مشترک $\frac{a^2}{c}$ و $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

$$(1) \quad |a| \quad (2) \quad \left| \frac{a}{c} \right|$$

$$(3) \quad \frac{a}{c} \quad (4) \quad 1$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا کوچکترین عضو $\{ma+nb \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$ همان ب.م.م a و b است یعنی $(a, b) = c$ بنابراین $\left(\frac{a}{c}, \frac{b}{c}\right) = 1$ در نتیجه:
 $\left(\frac{ab}{c}, \frac{a^2}{c}\right) = |a| \left(\frac{a}{c}, \frac{b}{c}\right) = |a|$

۲۷۷- مجموع دو عدد طبیعی ۵۰۴ و بزرگترین شمارنده مشترک آنها ۳۶ می باشد، کمترین مقدار برای تفاضل آن دو عدد کدام است؟

$$(1) \quad 36 \quad (2) \quad 72 \quad (3) \quad 108 \quad (4) \quad 144$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$\begin{cases} a+b = 504 \\ (a, b) = 36 \end{cases} \Rightarrow (a'+b')d = 504 \Rightarrow a'+b' = 14, (a', b') = 1$$

دو مقدار a' و b' هر یک ۱ یا ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۹ یا ۱۱ یا ۱۳ را می توانند اختیار کنند که کمترین مقدار $a' - b'$ می توانند ۵-۹ یا ۴ باشند. بنابراین کمترین مقدار $a - b$ برابر $4 \times 36 = 144$ است.

۲۷۸- اگر مجموعه $\{4k : 3 \leq k \leq 6\} \cup A$ یک دسته کامل مانده ها به پیمانه ۵ باشد، مجموعه A کدام است؟

$$\{4, 8\} (2) \qquad \{3, 20\} (1)$$

$$\{2, 6\} (4) \qquad \{3, 8\} (3)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا مجموعه $\{4k : 3 \leq k \leq 6\}$ برابر $\{2, 1, 0, 4\}$ است که به پیمانه ۵ مجموعه $\{12, 16, 20, 24\}$ می‌باشد. و اگر ۳ نیز به این مجموعه اضافه شود یک دسته کامل مانده‌ها به پیمانه ۵ ایجاد می‌شود گزینه (۱) عدد ۳ را در بر دارد.

۲۷۹ - معادله $8x + 12y = a$ به ازای کدام مقدار a در مجموعه Z جواب دارد؟

$$18 (4) \qquad 16 (3) \qquad 9 (2) \qquad 6 (1)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا اگر $a | (8, 12)$ یا $a | 4$ آنگاه $a = 8x + 12y$ جواب دارد.

۲۸۰ - عدد $(a+b)^n - a^n - b^n$ که در آن a و b نسبت به هم اولند همواره بر کدام یک از اعداد زیر بخشپذیر است؟

$$ab (4) \qquad b (3) \qquad a (2) \qquad a+b (1)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است. عبارت $(a+b)^n$ را بسط دهید.

$$281 - \text{کسر } \frac{3 \times 2^n + 2n + 4}{5 \times 2^n + 5n + 7} \text{ چگونه کسری است؟}$$

(۱) تحویل پذیر

(۲) تحویل ناپذیر

(۳) اگر n اول باشد تحویل پذیر است.

(۴) بستگی به مقدار n دارد

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۲۸۲ - معادله $91x - 65y = 11$ در مجموعه اعداد صحیح:

(۱) فقط یک جواب دارد.

(۲) جواب ندارد.

(۳) جوابهای بیشمار دارد.

(۴) دو جواب دارد.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۲۸۳ - باقیمانده تقسیم $3^{341} + 3^{612}$ بر ۱۳ برابر است با:

(۱) ۴

(۲) ۱۰

(۳) ۹

(۴) ۳

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۲۸۴ - 'بزرگترین شمارنده دو عدد $a - 3$ و $a^2 - 2a + 1$ ($a \in \mathbb{Z}$) کدام

است؟

(۱) ۱ یا ۲ یا ۴

(۲) ۱ یا ۲

(۳) ۱ یا ۲ یا ۵

(۴) ۱ یا ۲ یا ۳

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۲۸۵- کدامیک از معادلات زیر دارای جواب می باشد؟

(۱) $3x \in 2 \pmod{6}$ (۲) $2x \in 1 \pmod{4}$

(۳) $15x \in 2 \pmod{3}$ (۴) $3x \in 9 \pmod{6}$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

۲۸۶- مجموعه جواب $3x \in 1 \pmod{4}$ کدام است؟

(۱) $\{2k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ (۲) $\{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$

(۳) $\{4k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ (۴) $\{4k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$3x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 3x \equiv -3 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv -1 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k - 1$$

۲۸۷- عدد ۳۵۲ در مجموعه \mathbb{Z} دارای چند شمارنده می باشد؟

(۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۱۴

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۲۸۸- باقیمانده 3^{343} بر ۷ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا عدد 3^{43} را بصورت $3 \times 114 + 1$ می توان

نوشت و به این نتیجه رسید.

۲۸۹ - مقدار عبارت $[345, (345, 75)]$ عبارتست از:

$$345 \times 25 \quad (2) \qquad 345 \times 5 \quad (1)$$

$$790 \quad (4) \qquad 345 \quad (3)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$[345, (345, 75)] = [345, 15] = 345$$

۲۹۰ - از بین ۹۹ عدد متوالی $100! + 100$ و ... و $100! + 3$ و $100! + 2$ چند عدد اول وجود دارد؟

$$0 \quad (1) \qquad 1 \quad (2) \qquad 2 \quad (3) \qquad 4 \quad (4) \text{ حداقل } 10 \text{ عدد}$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا عدد $100! + k$ وقتی $2 \leq k \leq 100$ عامل k را خواهد داشت.

۲۹۱ - اگر x و y اعداد طبیعی باشند، و $x^3 = y^3 + p$ و p عدد اول باشد
 آنگاه:

(۱) x و y دو عدد صحیح متوالی می باشند.

(۲) $xy + y^2 + x^2$ عدد اول است.

(۳) x و y دو عدد فرد می باشند.

(۴) موارد ۱ و ۲ صحیح است.

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا معادله را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$p = x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

۲۹۲ - رقم یکان $n^{۱۸۵}$ برابر ۸ است رقم یکان n چیست؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا با توجه به نکته مقابل داریم:

$$n = 4k \Rightarrow a^n \equiv a^4$$

$$n = 4k + 1 \Rightarrow a^n \equiv a^1$$

$$n^{۱۸۵} \equiv n^{4 \times 46 + 1} \equiv n^1 \equiv n$$

۲۹۳ - اگر $n \geq 3$ و $n \in \mathbb{N}$ سه رقم سمت چپ $10^{3n} - 10^n$ کدام است؟

- ۱۰۰ (۴) ۹۹۹ (۳) ۹۹۰ (۲) ۱۹۹ (۱)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا اگر $10^3 - 10^1 = 10^9 - 10^3$ $n=3 \Rightarrow 10^{3n} - 10^n = 10^9 - 10^3$

$$10^3 (10^6 - 1) = 10^3 (999999) = 999999000$$

که سه رقم سمت چپ آن برابر ۹۹۹ است به همین ترتیب برای $n > 3$

$$10^{3n} - 10^n = 10^n (10^{2n} - 1) = 10^n (999 \dots)$$

پس سه رقم سمت چپ باز هم ۹۹۹ است.

۲۹۴ - رقم یکان $۱۱۶ + ۲۱۶ + ۳۱۶ + ۴۱۶ + ۵۱۶$ کدام است؟

- ۵ (۴) ۹ (۳) ۲ (۲) ۰ (۱)

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا اگر $n = ۴k \Rightarrow a^n \equiv a^۴$

$$۱۱۶ + ۲۱۶ + ۳۱۶ + ۴۱۶ + ۵۱۶ \equiv ۱۴ + ۲۴ + ۳۴ + ۴۴ + ۵۴ \equiv ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ \equiv ۹$$

۲۹۵ - اگر $a|b$ و $b|c$ کدام ممکن است نادرست باشد؟

$a|bc$ (۲) $a|c$ (۱)

$c|b$ (۴) $b|ac$ (۳)

حل: گزینه ۴ نادرست است زیرا: درست $a|b, b|c \Rightarrow a|c$

درست $a|b \Rightarrow a|b(c)$

درست $b|c \Rightarrow b|c(a)$

۲۹۶ - به چند طریق می توان مبلغ ۳۵۰ ریال را بوسیله سکه های ۲۰ و ۵۰

ریالی پرداخت بطوریکه از هر دو سکه استفاده شود؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

$$۲x + ۵y = ۳۵$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا

$$x = \frac{۳۵ - ۵y}{۲} \Rightarrow x = \frac{۳۴ + ۱ - ۴y - y}{۲} = ۱۷ - ۲y + \frac{۱ - y}{۲}$$

$$\frac{۱ - y}{۲} = k \Rightarrow ۱ - y = ۲k \Rightarrow y = ۱ - ۲k \quad (۱)$$

$$x = 17 - 2(1 - 2k) + k \Rightarrow x = 5k + 15 \quad (2)$$

۲۹۷ - باقیمانده $1+2+3+\dots+100$ بر ۷ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$1+2+n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow 1+2+3+\dots+100 = \frac{100 \times 101}{2} = 50 \times 101$$

$$50 \times 101 \equiv 1 \times 3 \equiv 3$$

۲۹۸ - اگر $A = \overline{abb \dots ba}$ عددی دارای $(n+2)$ رقم باشد، و A مضرب

۱۱ باشد $n > 1$ کدام است؟

- (۱) عدد زوج (۲) عدد فرد

- (۳) هر عدد طبیعی (۴) هر عدد طبیعی مضرب ۱۱

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا اعداد را از سمت راست در نظر می‌گیریم به

اولین رقم علامت مثبت به دومین عدد علامت منفی و به همین ترتیب ادامه

می‌دهیم. سپس حاصل عبارت را بدست آورده باقیمانده آنرا بر ۱۱ بدست

می‌آوریم. باقیمانده عدد بر ۱۱ $a-b+b-b+\dots =$

اگر تعداد b ها زوج باشد (n زوج می‌باشد) باقیمانده صفر می‌شود.

۲۹۹ - برای هر عدد طبیعی n مجموع ارقام $(1 + 10^{2n+1})^2$ برابر است با:

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا

$$(10^{2n+1} + 1)^2 = 10^{4n+2} + 2 \times 10^{2n+1} + 1 \Rightarrow$$

$$n = 1: 10^{10} + 2 \times 10^5 + 1 = 10^{10} + 2000000 + 1$$

مجموع ارقام در این حالت برابر ۴ است و n هر عدد طبیعی دیگری که باشد، فقط تعداد صفرها افزایش می‌یابد. بنابراین مجموع ارقام همان ۴ می‌باشد.

۳۰۰ - تفاضل هر عدد سه رقمی با مقلوبش همواره مضرب کدام است؟

۳۳ فقط (۱) ۲ فقط (۲)

۱۱ فقط (۳) هر سه مورد (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$\overline{abc} - \overline{cba} = (c + 10b + 100a) - (a + 10b + 100c)$$

$$99(a - c) = 9 \times 11(a - c)$$

۳۰۱ - اگر p اول باشد، باقیمانده عدد $1^p + 2^p + \dots + (p-1)^p$ بر عدد p کدام است؟

۰ (۴) ۱ (۳) $p-1$ (۲) $\frac{p-1}{2}$ (۱)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا

$$p \text{ اول است} \Rightarrow 1^p + 2^p + \dots + (p-1)^p \equiv 1+2+\dots+p-1$$

$$= \frac{p-1}{2} p \equiv 0.$$

توجه: عدد طبیعی است. زیرا p اول و فرد است و $p \leq 3$ ضمناً از نتیجه

قضیه فرما که به صورت قابل است، استفاده شده است. p اول $a^p \equiv a$ \Leftrightarrow

۳۰۲- اگر $A = 10^\alpha + 10^\beta$ بر ۱۱ قابل قسمت باشد در اینصورت:

(۱) α و β هر دو فردند. (۲) α و β هر دو زوجند

(۳) مجموع α و β فرد است. (۴) α و β هر دو مضرب ۳ می باشند.

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$A = 10^\alpha + 10^\beta \stackrel{10 \equiv -1}{\Rightarrow} A \equiv (-1)^\alpha + (-1)^\beta$$

اگر α و β یکی فرد و دیگری زوج باشد در اینصورت

$$A \equiv 0$$

۳۰۳- اگر $(A, 7) = 1$ و $(B, 7) = 1$ و $(C, 7) = 1$ باقیمانده تقسیم

$A^6 + B^6 + C^6$ بر ۷ کدام است؟

$$5(4) \quad 3(3) \quad 2(2) \quad 1(1)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا اگر p اول باشد و $(a, p) = 1$ و آنگاه

$$a^{p-1} \equiv 1$$

$$(A, 7) = 1 \stackrel{\text{اول}}{\Rightarrow} A^6 \equiv 1$$

$$(B, 7) = 1 \stackrel{\text{اول}}{\Rightarrow} B^6 \equiv 1$$

$$(C, 7) = 1 \stackrel{\text{اول}}{\Rightarrow} C^6 \equiv 1$$

$$\Rightarrow A^6 + B^6 + C^6 \equiv 3$$

۳۰۴- اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $(a, m) = ۳$ آنگاه $(۲b^۲, ۲m^۲)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow (a, m) = (b, m)$$

$$\begin{cases} a \equiv b \\ (a, m) = ۳ \\ (۲b^۲, ۲m^۲) = ? \end{cases} \Rightarrow (a, m) = (b, m) = ۳ \Rightarrow$$

$$(۲b^۲, ۲m^۲) = ۲(b, m)^۲ = ۲(۳)^۲ = ۱۸$$

۳۰۵- چند نقطه بر منحنی به معادله $۱۳ - ۲x - y - ۲x = ۰$ وجود دارد که

مختصات آن نقاط اعداد صحیح باشند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴) ۱۰

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$y = \frac{۲x + ۱۳}{x - ۱} = \frac{۲(x - ۱) + ۱۵}{x - ۱} = ۲ + \frac{۱۵}{x - ۱}$$

باید $۱۵ \mid (x - ۱)$ پس: $x - ۱ \in \{ ۱, -۱, ۳, -۳, ۵, -۵, ۱۵, -۱۵ \}$

- یعنی: $x \in \{ ۲, ۰, ۴, -۲, ۶, -۴, ۱۶, -۱۴ \}$ یعنی ۸ جواب

دارد.

۳۰۶ - کدام مجموعه زیر خوش ترتیب است؟ (همراه با \leq)

(۱) فاصله $[1, 2]$ (۲) بازه $(1, 2)$

(۳) اعداد اول ۳ رقمی (۴) Q^+ اعداد گویای مثبت

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا هر زیر مجموعه غیر تهی از اعداد طبیعی دارای عضو ابتدا است (اصل خوش ترتیبی).

۳۰۷ - هرگاه $7^m \times m = 500!$ و $(v, m) = 1$ آنگاه a برابر است با:

(۱) ۸۰ (۲) ۸۵ (۳) ۸۲ (۴) ۷۶

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا نکته بطور کلی در تجزیه $n!$ توان عدد اول p

عبارتست از: $\left[\frac{n}{p}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + \dots$

$$7 \text{ توان } = \left[\frac{500}{7}\right] + \left[\frac{500}{49}\right] + \left[\frac{500}{343}\right] + \dots = 82$$

۳۰۸ - چند عدد چهار رقمی مجذور کامل وجود دارد؟

(۱) ۶۸ (۲) ۶۷ (۳) ۷۰ (۴) ۷۱

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$999 < k^2 \leq 9999 \Rightarrow \sqrt{9999} < k \leq \sqrt{9999}$$

$$31 < k \leq 99 \Rightarrow k \text{ تعداد} = 99 - 31 = 68$$

$$\sqrt{9999} \approx 99, \quad \sqrt{999} \approx 31$$

۳۰۹ - چند عدد چهار رقمی مجذور کامل و مضرب ۵ وجود دارد؟

- ۱۴ (۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا

$$9999 < (5k)^2 \leq 99999 \Rightarrow \left[\frac{\sqrt{9999}}{5} \right] < k \leq \left[\frac{\sqrt{99999}}{5} \right]$$

$$6 < k \leq 19 \Rightarrow \text{تعداد } k = 19 - 6 = 13$$

۳۱۰ - مجموع سه عدد متوالی همواره بر کدام عدد بخشپذیر است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا سه عدد متوالی را $\{x-1, x, x+1\}$ در نظر می‌گیریم در این حالت مجموع آنها $3x$ می‌شود.

۳۱۱ - عدد $\overline{y45x}$ بر ۹ بخشپذیر است. ماکزیمم $\frac{y}{x}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا باید جمع ارقام مضرب ۹ باشد، پس

$$x+y = 9 \text{ یا } x+y = 18 \text{ ولی } x+y = 1 \text{ و } x = 8 \text{ عدد مضرب ۹ و ماکزیمم } \frac{y}{x}$$

برابر ۸ است.

۳۱۲ - بزرگترین مقسوم علیه مشترک $n!$ و $(n+1)!$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) n (۳) $n+1$ (۴)

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$((n+1)!+1 \text{ و } n!) = d \Rightarrow \begin{cases} d|n! \\ d|(n+1)!+1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$d|1 \Rightarrow d=1$$

۳۱۳- اگر $\sum_{i=1}^n i^n \equiv 0$ در اینصورت n کدام است؟

(۲) $n \in \mathbb{N}$ زیرا $n = 2k$ (۱) $\forall n \in \mathbb{N}$

(۳) هر عدد طبیعی فرد (۴) هر عدد طبیعی مربع کامل

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا

$$\sum_{i=1}^n \frac{n(n+1)}{2} = n \times \frac{n+1}{2} \equiv 0$$

باید $\frac{n+1}{2} \in \mathbb{Z}$ یعنی n فرد باشد.

۳۱۴- اگر ۲۵ خرداد سه شنبه باشد ۱۸ فروردین همان سال چند شنبه بوده است؟

(۱) چهارشنبه (۲) سه شنبه

(۳) پنجشنبه (۴) دوشنبه

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا از اول فروردین تا ۲۵ خرداد $\overset{\vee}{25} \times 31 + 25 \equiv 3$

یعنی عدد سه در همنهشتی به پیمانه ۷ معادل سه شنبه و ۴ معادل چهارشنبه

است در نتیجه ۱۸ فروردین ۴ شنبه است. $18 \overset{\vee}{\equiv} 4$

۳۱۵ - دو عدد سه رقمی مقلوب را از هم کم می‌کنیم اگر رقم صدگان حاصل ۳ باشد، رقم یکان آن چند است؟

$$1(4) \quad 0(3) \quad 7(2) \quad 6(1)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا

$$\overline{xyz} - \overline{zyx} = 100x + 10y + z - 100z$$

$$-10y - x = 99(x - z) = (100 - 1)(x - z)$$

در نتیجه حاصل به صورت $99(x - z)$ یا $99a$ (که a یک رقم است) خواهد

بود اکنون با توجه به فرض $99a = \overline{3bc}$ بنابراین $a = 4$

در نتیجه: $3bc = 99 \times 4 = 396$ و $c = 6$

۳۱۶ - عدد اول m و عدد درست و مثبت n در رابطه $\frac{m+n}{m-n} = 36$ صدق

می‌کند. تعداد مقسوم علیه‌های n برابر است با:

$$3(4) \quad 2(3) \quad 5(2) \quad 4(1)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$\frac{m+71}{m-n} = 36 \Rightarrow m+n = 36m - 36n \Rightarrow$$

$$37n = 35m \Rightarrow$$

با توجه به اینکه m و 37 عددهای اولند: $n = 35$ و $m = 37$

پس: $n = 35 = 7 \times 5 \Rightarrow$ تعداد مقسوم علیه‌های $35 = (1+1)(1+1) = 4$

۳۱۷- اگر عددی به شکل $A = \overline{aabb}$ مربع کاملی باشد این عدد کدام است؟

۶۶۴۴ (۱) ۳۳۴۴ (۲)

۵۵۶۶ (۳) ۷۷۴۴ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$A = \overline{aabb} \Rightarrow 1000a + 100a + 10b + b = k^2$$

$$\Rightarrow 1100a + 11b = k^2 \Rightarrow 11(100a + b) = k^2 \Rightarrow$$

$$100a + b = 11q^2$$

$$\text{اگر } A = 7744 \Rightarrow 100a + b = 100 \times 7 + 4 = 704 = 11 \times 64$$

توجه داریم که $100a + b$ باید مضرب ۱۱ بوده و خارج قسمت نیز مربع کامل باشد.

۳۱۸- اگر a و b دو عدد صحیح و $p \mid ab$ و $1 = 29a - 37p$ کوچکترین

عضو مثبت مجموعه $\{mp + nb : m, n \in \mathbb{Z}\}$ کدام است؟

۸ (۴) ۱ (۳) p (۲) b (۱)

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا از اینکه $1 = 29a - 37p$ نتیجه می شود که

$(p, a) = 1$ و $p \mid ab$ پس بنا بر لم اقلیدس $p \mid b$ در نتیجه $mp + nb$ مضرب

p است و کوچکترین مضرب مثبت p ، خود p است.

۳۱۹ - بین اعداد ۹ تا ۴۷۰ چند عدد وجود دارد که رقم یکان آن ۳ باشد؟

$$۴۶ (۱) \quad ۵۷ (۲) \quad ۵۰ (۳) \quad ۵۵ (۴)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا اعداد مورد نظر به شکل $۱۰k + ۳$ است که یک تصاعد حسابی با قدر نسبت $d = ۱۰$ و جمله اول ۱۳ و جمله آخر ۴۶۳ تشکیل می دهند. تعداد جملات این تصاعد برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow n = \frac{463 - 13}{10} + 1 = 46$$

۳۲۰ - چند عدد طبیعی مانند x کوچکتر از ۳۶۰ یافت می شود به طوریکه

$$(x, 360) = 12$$

$$۵ (۱) \quad ۶ (۲) \quad ۷ (۳) \quad ۸ (۴)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$x = x'd = 12x' \Rightarrow (12x', 360) = 12 \Rightarrow (x', 30) = 1$$

تعداد اعداد اول کوچکتر از ۳۰ نسبت به ۳۰ اول است برابر است با:

$$30 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 8$$

۳۲۱ - حاصل جمع رقمهای عدد $۱۰^{۳۸} - ۸۵$ کدام است؟

$$۳۳۰ (۱) \quad ۳۲۰ (۲) \quad ۳۳۹ (۳) \quad ۳۴۰ (۴)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$۱۰^{۳۸} - ۸۵ = ۹۹۹ \dots ۹۱۵$$

$$۳۶ \times ۹ + ۱ + ۵ = ۳۳۰$$

۳۲۲ - تفاضل مکعبات هر دو عدد متوالی کدام است؟

$$7k + 5 \quad (2)$$

$$6k + 1 \quad (3)$$

$$6k - 1 \quad (4)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$(n+1)^3 - n^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 = 3n(n+1) + 1 = 6k+1$$

۳۲۳ - تعداد مثلثهای متساوی الساقین و قائم الزاویه که اندازه اضلاع آنها عدد

طبیعی است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad \text{بیشمار} \quad (3) \quad 4 \quad \text{هیچ} \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{2}$$

۳۲۴ - فرض کنیم p یک عدد اول فرد و x و y دو عدد طبیعی باشند به

طوری که $x^2 = p + y^2$ در اینصورت $x+y$ برابر کدام است؟

$$p+1 \quad (4) \quad 1 \quad (3) \quad p \quad (2) \quad p-1 \quad (1)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است زیرا $x^2 - y^2 = p \Rightarrow (x-y)(x+y) = p$ پس

بنا بر اول بودن p یکی از عوامل طرف دوم برابر p و دیگری برابر ۱ است. پس

بنابراین $x+y = p$ زیرا x و y هر دو طبیعی هستند در نتیجه $x+y$ نمی تواند

برابر ۱ باشد.

۳۲۵ - دنباله‌ای با جمله عمومی $U_n = p+n$ مفروض است. که در آن p برابر حاصلضرب عددهای اول نابزرگتر از ۶۱ بوده و n متوالیاً مقادیرهای ۲ و ۳ و ... و ۵۹ را اختیار می‌کند. فرض کنید N تعداد عددهای اولی باشد که در این دنباله ظاهر شوند در اینصورت N برابر است با:

$$0 \quad (1) \quad 16 \quad (2) \quad 17 \quad (3) \quad 58 \quad (4)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا اگر دنباله‌ها را تشکیل دهید خواهید دید که هر کدام حداقل یک مقسوم علیه بزرگتر از ۱ دارد.

۳۲۶ - اگر عدد $15!$ در عدد نویسی به پایه ۱۲ به k صفر و در عدد نویسی به پایه ۱۰ به h صفر ختم شود $k+h$ برابر است با:

$$8 \quad (4) \quad 7 \quad (3) \quad 6 \quad (2) \quad 5 \quad (1)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$15! = 10^3 \times (3 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \Rightarrow$$

$$15! = 12^5 \times (15 \times 4 \times 13 \times 11 \times 5 \times 7 \times 5) \Rightarrow 3 + 5 = 8$$

۳۲۷ - عدد $5(121)$ به ازای کدام مقدار b مجذور عددی صحیح است؟

$$10 \quad (1) \quad \text{هر عدد طبیعی} \quad (2)$$

$$2 \leq b \leq 10 \quad (3) \quad b > 2 \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

۳۲۸ - اگر دو عدد صحیح u و v به ترتیب خارج قسمت و باقیمانده عدد صحیح و مثبت x بر عدد صحیح و مثبت y باشد باقیمانده تقسیم $x+2u$ بر y برابر است با:

- (۱) ۰ (۲) $3u$ (۳) v (۴) $3v$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۳۲۹ - اگر n تعداد عددهای صحیح x باشد، که به ازای آنها $p = x^2 + 6x^2 + 11x^2 + 3x + 31$ مجذور یک عدد صحیح باشد، n برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۰ (۴) ۱

حل: گزینه ۴ صحیح است.

۳۳۰ - تعداد عددهای صحیح کوچکتر از ۱۰۰۰ که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخشپذیر باشند برابر است با:

- (۱) ۶۸۸ (۲) ۶۸۶ (۳) ۶۸۴ (۴) ۶۵۸

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۳۳۱- در مجموعه عددهای طبیعی اگر p را بر D تقسیم کنیم، خارج قسمت Q و باقیمانده R خواهد شد اگر Q را بر D' تقسیم کنیم خارج قسمت Q' و باقیمانده R' خواهد شد. حال اگر p را بر DD' تقسیم کنیم باقیمانده برابر می شود با:

$$R + R'D \quad (۱)$$

$$R' + RD \quad (۲)$$

$$RR' \quad (۳)$$

$$R + R' \quad (۴)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۳۳۲- به ازای هر عدد فرد $p > ۱$:

$$(۱) \quad (p-1)^2 - 1 \text{ بر } p-2 \text{ بخشپذیر است.} \quad \frac{p-1}{p-2}$$

$$(۲) \quad (p-1)^2 + 1 \text{ بر } p \text{ بخشپذیر است.} \quad \frac{p-1}{p}$$

$$(۳) \quad (p-1)^2 \text{ بر } p \text{ بخشپذیر است.} \quad \frac{p-1}{p}$$

$$(۴) \quad (p-1)^2 + 1 \text{ بر } p+1 \text{ بخشپذیر است.} \quad \frac{p-1}{p+1}$$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۳۳۳- فرض کنید $D = a^2 + b^2 + c^2$ که در آن a و b دو عدد متوالی هستند. و

$c = ab$ در این صورت \sqrt{D} کدام است؟

(۱) همیشه عدد صحیح زوج است.

(۲) گاهی عدد صحیح فرد است گاهی هم نیست.

۳) همیشه عدد صحیح زوج است.

۴) گاهی عدد گویا و گاهی عدد گنگ.

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۳۳۴ - اگر p حاصلضرب ۳ عدد صحیح مثبت و فرد متوالی باشد بزرگترین

عدد صحیح که همه این p ها را می شمارد برابر است با:

۱۵ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است.

۳۳۵ - اگر S مجموعه همه اعدادی باشد که هر کدام مجموع مربعات سه عدد

صحیح متوالی هستند آنگاه می توان گفت که:

۱) هیچ عضو S بر ۲ بخش پذیر نیست.

۲) هیچ عضو S بر ۳ بخش پذیر نیست ولی بعضی از آنها بر ۱۱ بخش

پذیرند.

۳) هیچ عضو S بر ۳ یا ۵ بخش پذیر نیست.

۴) هیچ عضو S بر ۳ یا ۷ بخش پذیر نیست.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۳۳۶ - اگر مجموع نخستین $2n$ عدد صحیح مثبت از مجموع نخستین n عدد

صحیح مثبت ۱۵۰ واحد بیشتر باشد آنگاه مجموع نخستین $4n$ عدد صحیح مثبت برابر است با:

۳۰۰ (۱) ۳۵۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۴۵۰ (۴)

حل: گزینهٔ ۱ صحیح است.

۳۳۷- برای اعداد مثبت n و a چنین تعریف می‌کنیم:

$$n_p! = n(n - a)(n - 2a) \dots (n - ka)$$

که در آن k بزرگترین عدد صحیحی است که $n > ka$ در این صورت خارج

قسمت $\frac{72!}{18! \cdot 2}$ برابر است با:

۴۵ (۱) ۴۶ (۲) ۴۸ (۳) ۴۹ (۴)

حل: گزینهٔ ۴ صحیح است.

۳۳۸- در معادله $\overline{TTT} = \overline{(YE)(ME)}$ هر حرف یکی از رقمهای عدد

نویسی در پایه ۱۰ است. مجموع $E + M + T + Y$ برابر است با:

۱۹ (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴)

حل: گزینهٔ ۳ صحیح است.

۳۳۹- کوچکترین عدد اولی که مجموع $5^{13} + 3^{11}$ را می‌شمارد کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) $5^{13} + 3^{11}$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۳۴۰ - هرگاه مجموع اولین هشت عدد مثبت فرد از مجموع هشت عدد مثبت زوج کم شود، حاصل برابر است با:

- ۰ (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۸۰ (۴)

حل: گزینه ۴ صحیح است.

۳۴۱ - اگر در تقسیم هر یک از اعداد ۱۰۵۹ و ۱۴۱۷ و ۲۳۱۲ بر عدد صحیح $d > 1$ باقیمانده r باشد آنگاه $d - r$ برابر است با:

- ۱ (۱) ۱۵ (۲) $d - ۱۵$ (۳) $d - ۱$ (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۳۴۲ - کوچکترین عدد صحیح مثبت n که به ازای آن حاصل $\frac{1}{2^7} \times \frac{3}{2^7} \times \frac{m+1}{2^7}$

- ۷ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۷ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است.

۳۴۳ - به ازای اعداد صحیح k و n به گونه‌ای که

$$\frac{n - 2k - 1}{k + 1} = \binom{n}{k}, \quad 1 \leq k < n$$

چه موقع یک عدد صحیح است؟

(۱) به ازای همه مقادیر n و k

(۲) به ازای همه مقادیرهای زوج n و k

(۳) به ازای همه مقادیرهای فرد n و k

(۴) به ازای همه مقادیرهایی از n که مضرب k باشند.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۳۴۴ - به ازای هر عدد صحیح n بزرگتر از ۱، تعداد اعداد اول بزرگتر از $n! + 1$

و کوچکتر از $n! + n$ برابر است با:

$$0 \quad (1) \qquad 1 \quad (2)$$

(۳) $\frac{n}{2}$ اگر زوج باشد، $\frac{n+1}{2}$ اگر فرد باشد. (۴) $n - 1$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

۳۴۵ - چند جفت (m, n) از اعداد صحیح وجود دارد که در معادله

$$m + n = mn$$

$$0 \quad (1) \qquad 2 \quad (2) \qquad 3 \quad (3) \qquad 4 \quad (4)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۳۴۶ - رقم یکان قسمت صحیح عدد $(15 + \sqrt{220})^{82} + (15 + \sqrt{220})^{81}$

برابر است با:

$$0 \quad (1) \qquad 2 \quad (2) \qquad 5 \quad (3) \qquad 9 \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

۳۴۷ - اعداد طبیعی چون به ترتیب بر ۲ و ۵ و ۷ بخش شود به ترتیب باقیمانده‌های ۱ و ۲ و ۳ بدست می‌آیند از گزاره‌های زیر کدامها درستند؟

(۱) فقط یک عدد با این ویژگی وجود دارد.

(۲) تعداد اعداد طبیعی با این ویژگی نامتناهی است.

(۳) هر عدد طبیعی با این ویژگی دارای رقم یکان ۹ است.

(۴) هر عدد طبیعی با رقم یکان ۷ دارای این ویژگی است.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

۳۴۸ - به فرض اینکه n عدد صحیح و اکیداً مثبت هستند:

(۱) اعداد $۳n + ۱$ و $۷n + ۲$ همواره نسبت به هم اولند.

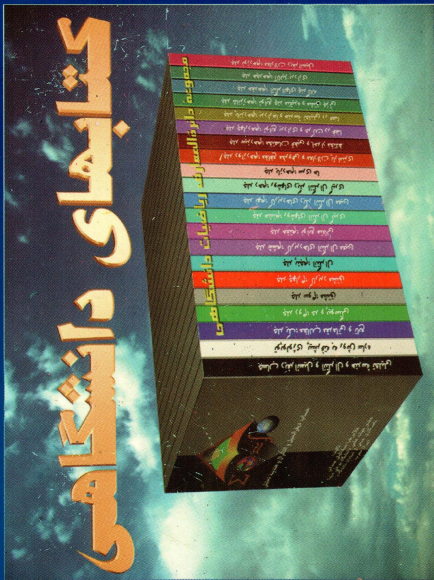
(۲) اعداد $۳n + ۱$ و $۷n + ۲$ گاهی نسبت به هم اولند.

(۳) اعداد $۳n + ۱$ و $۷n + ۲$ هیچگاه نسبت به هم اول نیستند.

(۴) به ازای مقدارهایی از n عدد $۷n + ۲$ بر عدد $۳n + ۱$ بخشپذیر است.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

نشر ریاضی ناشر کتابهای برگزیده ریاضی



ISBN:964-7037-20-1

شابک: ۹۶۴-۷۰۳۷-۲۰-۱